

**Anregungen zur Umsetzung  
des Rahmenlehrplans Mathematik  
Rheinland-Pfalz**

**Möglichkeiten der Gestaltung  
in den Jahrgangsstufen 7 und 8**

**Erarbeitet von den Mitgliedern der fachdidaktischen Kommission:**

Ursula Bicker, Pädagogisches Zentrum Bad Kreuznach

Karin Ding, Veldenz Gymnasium Lauterecken

Angela Euteneuer, Pädagogisches Zentrum Bad Kreuznach

Franz Hein, Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien Mainz

Jürgen Jacoby, Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Realschulen Mainz

Klaus Martin, Georg-von-Neumayer-Schule Kirchheimbolanden

Christel Schienagel-Delb, Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Grund- und Hauptschulen Kaiserslautern

Georg Schmitt, Realschule Saarburg (Leiter der Kommission)

**Herausgeber:**

Pädagogisches Zentrum Rheinland-Pfalz, Europaplatz 7 – 9, 55543 Bad Kreuznach

ISBN: 3-981-0390-2-5

**Zu beziehen bei:**

Pädagogisches Zentrum Rheinland-Pfalz, Europaplatz 7 – 9, 55543 Bad Kreuznach

Tel.: (06 71) 8 40 88-0, Fax: (06 71) 8 40 88-10

Email: [pz@pz.bildung-rp.de](mailto:pz@pz.bildung-rp.de)

Im Internet unter: <http://bildungsstandards.bildung-rp.de/>

Stand: Mai 2007

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>ALLGEMEINE HINWEISE</b> .....	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>HINWEISE ZUR UNTERRICHTLICHEN UMSETZUNG</b> .....	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>THEMENANORDNUNG UND SCHULEIGENE ARBEITSPÄNE</b> .....	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>VARIANTEN DER THEMATISCHEN ANORDNUNG</b> .....	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>VORHABEN UND PROJEKTE</b> .....	<b>14</b>
<b>5.1</b>	<b>Kennzeichen für Projektunterricht</b> .....	<b>14</b>
<b>5.2</b>	<b>Kurzbeschreibung ausgewählter Vorhaben und Projekte</b> .....	<b>15</b>
	Astronomie .....	16
	Boxplot .....	18
	Deutschland versinkt im Müllberg .....	20
	Die Würfel des Herrn Efron .....	21
	Einsatz einer dynamischen Geometriesoftware .....	22
	Einsatz einer Tabellenkalkulation.....	24
	Energiesparen in der Schule .....	26
	Fachübergreifende Einführung proportionaler Zuordnungen .....	27
	Fermi-Fragen.....	28
	Geometrie in der Architektur .....	29
	Gotische Kathedralen.....	30
	Internetrecherche – WebQuest .....	32
	Mathe-Führerschein .....	34
	Mathematik und Zeitung.....	35
	Modellieren im Mathematikunterricht .....	36
	Naturschutz contra Gewerbe- oder Industrieansiedlung .....	38
	Parkettierungen nach M. C. Escher .....	39
	Unmögliche Objekte.....	40
	Zaubertricks .....	42

## 1 Allgemeine Hinweise

Der Rahmenlehrplan Mathematik ist nach den fünf mathematischen Leitideen der Bildungsstandards strukturiert. Die Anordnung der Inhalte innerhalb der Leitideen folgt fachlichen Gesichtspunkten und stellt keine chronologische Abfolge der unterrichtlichen Behandlung dar. Zur Umsetzung müssen einzelne Abschnitte der Leitideen in eine sinnvolle Reihenfolge gebracht werden. Im Folgenden werden exemplarisch Varianten für die Anordnung der Inhalte in den Klassenstufen 7 und 8 vorgeschlagen. Darüber hinaus werden geeignete Vernetzungen von Lehrplanthemen aufgezeigt sowie zusätzliche Möglichkeiten des Kompetenzerwerbs oder des projekt- und handlungsorientierten Arbeitens genannt.

In der Darstellung der Varianten der Themenanordnung sind die Pflichtinhalte des Rahmenlehrplans (Rechtecke) mit Stundenzuweisung angegeben. Damit sind etwa zwei Drittel der im Mittel zur Verfügung stehenden Unterrichtszeit gebunden, in die bereits vielfältige Möglichkeiten des Lehrens und Lernens integriert werden müssen. Die in der dritten Spalte genannten Vorhaben und Projekte (Ovale) sind demgegenüber nicht mit einem Zeitanatz versehen. Diese Vorhaben stellen Angebote dar, die in Auswahl in den laufenden Unterricht eingebunden werden sollen.

Um den kumulativen Kompetenzaufbau zu erreichen, ist das Sichern von Grundwissen von großer Bedeutung. Entscheidend dabei ist, dies regelmäßig durchzuführen. Dafür sind durchgängig 20 Minuten pro Woche ausgewiesen.

Der Lehrplanteil für die Klassenstufen 7 und 8 differenziert die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen mit Blick auf die angestrebten Bildungsabschlüsse aus. Alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen können dabei bereits anhand der mit **B** („Basis“) gekennzeichneten Inhalte ausgebildet werden. Demzufolge werden die Varianten zur Anordnung der Lehrplanthemen nochmals unterschieden zwischen solchen mit Zielrichtung Hauptschulabschluss und solchen mit Blick auf den Mittleren Schulabschluss. Sie sind entsprechend gekennzeichnet.

In A-Kursen der Hauptschulen werden zusätzlich Inhalte aus dem Erweiterungsbereich (**E**) unterrichtet, die im Rahmenlehrplan zum Erreichen des Mittleren Schulabschlusses ausgewiesen sind. Die Fachkonferenz legt diese im schuleigenen Arbeitsplan fest und erarbeitet entsprechende Verlaufspläne für die einzelnen Schuljahre. Im Blick auf das freiwillige 10. Schuljahr werden dazu in der Vorlaufklasse der Jahrgangsstufe 9 weitere fehlende Inhalte aufzuarbeiten sein.

Mit den fünf genannten Vorschlägen werden keineswegs alle möglichen Varianten ausgeschöpft. Vielmehr sollen sie dazu anregen, eigene Abfolgen der Lehrplaninhalte zu erstellen, die z. B. auf die Gegebenheiten der Schule oder der Lerngruppe zugeschnitten sind. Selbst wenn ein bestimmter Verlaufsplan als Leitfaden für die Unterrichtsplanung in einer Jahrgangsstufe dient, kann es je nach Unterrichtsfortgang, Interesse der Schülerinnen und Schüler, auftretenden Lernschwierigkeiten oder fachübergreifenden Schwerpunktsetzungen durchaus sinnvoll sein, davon abzuweichen. Es ist im Rahmen einer Fachkonferenz zu prüfen, ob es überhaupt notwendig ist, eine bestimmte Themenabfolge grundsätzlich für eine Klassenstufe verbindlich zu machen. Natürlich gibt es Gründe für eine zeitweise Kopplung verschiedener Lerngruppen, wie z. B. Parallelarbeiten oder die gemeinsame Durchführung einer Unterrichtssequenz.

## 2 Hinweise zur unterrichtlichen Umsetzung

In der Spalte „Vorhaben und Projekte“ wird die Forderung des Lehrplans deutlich, möglichst oft Unterrichtssequenzen zum situierten Lernen zu gestalten und so situiertes Lernen zum tragenden Unterrichtsprinzip zu machen. Darüber hinaus bieten solche reichhaltigen Lernsituationen vielfältige Möglichkeiten des individuellen Förderns und sollen auch gerade mit diesem Ziel konzipiert und durchgeführt werden. Individuelles Fördern ist unverzichtbarer Bestandteil guten Unterrichts.

Projekte und projektorientierte Einheiten können unterschiedlich in den Unterricht eingebettet werden, etwa als Einführung in ein neues Thema oder zur Vertiefung. Insbesondere bieten sich Lernsituationen an, die verschiedene Zugänge ermöglichen und unterschiedliche Lernweisen und Lernerfahrungen, z. B. von Mädchen und Jungen, berücksichtigen. Projektorientiertes Arbeiten ist darüber hinaus eine Unterrichtsform, die durch die Betonung von Eigenverantwortlichkeit, Teamfähigkeit, Kooperations- und Kommunikationsvermögen zentrale fachübergreifende Kompetenzen

der Schülerinnen und Schüler fördert. Die Zielsetzung einer Fachschaft könnte es sein, verschiedene Vorhaben und Projekte auszuprobieren, die Ergebnisse auszuwerten und gelungene Einheiten zusammen mit den eingesetzten Unterrichtsmaterialien für alle zugänglich zu dokumentieren. Dies führt mittelfristig zu einem Fundus von ausgearbeiteten und erprobten Projekten. Dadurch lohnt sich der erhöhte Planungs- und Vorbereitungsaufwand.

Bei verschiedenen Themen bietet sich die Verwendung einer dynamischen Geometriesoftware oder einer Tabellenkalkulation an. Deren Einsatz ist ab Klassenstufe 7 verpflichtend. Über die Vermittlung von Fertigkeiten im Umgang mit diesen Programmen hinaus kann der Aufbau mathematischer Begriffe (z. B. Funktions- und Abbildungsbegriff), die Ausbildung von Problemlösestrategien und die Fähigkeit des algorithmischen Denkens unterstützt werden. Gerade für die Auswertung von Daten und das Erstellen von Diagrammen ist eine Tabellenkalkulation geeignet.

Mit einigen Beispielen in der Spalte „Vorhaben und Projekte“, wie z. B. „Fermi-Fragen“, soll der Aufbau allgemeiner mathematischer Kompetenzen (argumentieren, Probleme lösen, modellieren u. a.) besonders verdeutlicht werden. Konzepte und Vorhaben dazu müssen langfristig angelegt werden.

Die Kompetenzentwicklung ist ein Teil des kumulativen Lernens. Ein anderer Bereich ist das Sichern von Grundwissen. Ziel ist es, elementare Fertigkeiten und Fähigkeiten dauerhaft bei Schülerinnen und Schülern verfügbar zu halten. Dazu haben sich folgende Möglichkeiten im Modellversuch SINUS bewährt (vgl. Broschüre zu SINUS-Transfer (2004), <http://sinus.bildung-rp.de/>):

- Aufgaben- und Arbeitsblätter zu den verschiedenen Bereichen des Grundwissens werden zur Verfügung gestellt,
- Karteikästen mit thematisch geordneten Aufgabensammlungen stehen zur Auswahl,
- durch Übung wird der Erwerb eines „Mathe-Führerscheins“ angestrebt,
- die Schülerinnen und Schüler arbeiten an Lernstationen, ggf. mit Lernprotokollen.

Zum Teil können solche Übungen in Hausaufgaben erfolgen. Üben und individuelles Aufarbeiten von Lücken können im Ganztagsangebot auch im unterrichtsergänzenden Teil stattfinden. Lernbegleitende Tests, die nicht benotet sein müssen, dienen der individuellen Diagnose.

### **3 Themenanordnung und schuleigene Arbeitspläne**

Schuleigene Arbeitspläne sollen u. a. den spezifischen Weg und die notwendigen Unterstützungsmöglichkeiten beschreiben, die eine Schule wählt, um möglichst vielen Schülerinnen und Schülern das Erreichen der Bildungsstandards zu ermöglichen. Eine reine Festlegung der Themenanordnung ist noch kein schuleigener Arbeitsplan. Vielmehr muss dieser u. a. individuelle Förderkonzepte und Konzepte zum kumulativen Kompetenzerwerb enthalten. Neben den fachbezogenen Kompetenzen, wie sie in den Bildungsstandards formuliert werden, sind dies Kompetenzen, die fachübergreifend und fächerverbindend erworben werden müssen, sowie soziale Kompetenzen, die für gelingende Zusammenarbeit im Schulleben notwendig sind. Darüber hinaus sollen Bezüge zum Qualitätsprogramm der Schule und Aspekte der Leistungsfeststellung aufgezeigt werden. Auf der Grundlage von Erfahrungen, Rückmeldungen und Evaluation bedarf es der kontinuierlichen Weiterentwicklung der schuleigenen Arbeitspläne.

In den beigefügten Varianten der Themenanordnung finden sich insbesondere in den Hinweisen zu „Vorhaben und Projekte“ Anregungen und Ansatzpunkte zur Entwicklung eines schuleigenen Arbeitsplans.

### **4 Varianten der thematischen Anordnung**

Im Folgenden werden exemplarisch fünf Varianten für die Anordnung der Inhalte in den Klassenstufen 7 und 8 dargestellt. Die ersten beiden Varianten nehmen den Hauptschulabschluss in den Blick. Die Varianten drei bis fünf sind auf das Erreichen des Mittleren Schulabschlusses ausgerichtet.

Schwerpunktt Themen	Vernetzungen	Vorhaben und Projekte	
<b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (12 Stunden) Grundaufgaben zur Prozentrechnung	Wiederholung Bruchvorstellungen		Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche
<b>L3: Raum und Form</b> (6 Stunden) Kongruente Figuren	<b>L3: Raum und Form</b> (4 Stunden) Geometrische Abbildungen	Projekt „Parkette des M. C. Escher“	
<b>L3: Raum und Form</b> (3 Stunden) Winkelsumme		Einsatz einer Geometriesoftware	
<b>L1: Rationale Zahlen</b> (8 Stunden)		Spiele mit negativen Zahlen	
<b>L2: Messen und Größen</b> (12 Stunden) Flächeninhalt von Vielecken	<b>L3: Raum und Form</b> (5 Stunden) Symmetrische Figuren	Projekt „Geometrie in der Architektur“	
<b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (8 Stunden) Grundlagen	<b>L4: Terme und Gleichungen Teil I</b> (10 Stunden) Einfache Terme und Gleichungen	Einsatz einer Tabellenkalkulation	
<b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (8 Stunden) Sachaufgaben zur Prozentrechnung	Wiederholung Diagramme erstellen	Projekt „Deutschland versinkt im Müllberg“	
<b>L5: Daten und Zufall</b> (10 Stunden) Daten			

Schwerpunktt Themen	Vernetzungen	Vorhaben und Projekte
<p><b>L5: Daten und Zufall</b> (10 Stunden) Zufällige Erscheinungen</p>	<p>Wiederholung Bruchrechnung</p>	
<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (24 Stunden) Proportionale und antiproportionale Zuordnungen</p>	<p>Wiederholung Zuordnungen</p>	<p>Fachübergreifende Einführung proportionaler Zuordnungen</p>
<p><b>L2: Messen und Größen</b> (8 Stunden) Kreisumfang und -fläche</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (5 Stunden) Grundkonstruktionen</p>	<p>Internetrecherche – WebQuest zur Zahl <math>\pi</math></p>
<p><b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (10 Stunden) Zinsrechnung</p>	<p>Wiederholung Prozentrechnung</p> <hr/> <p>Wiederholung Terme und Gleichungen</p>	<p>Projekt „Mathematik und Zeitung“</p>
<p><b>L2: Messen und Größen</b> (8 Stunden) Berechnungen an Körpern</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (5 Stunden) Schrägbilder</p>	<p>Projekt „Unmögliche Objekte“</p>
<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil I</b> (10 Stunden) Lineare Gleichungen</p>	<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil II</b> (4 Stunden) Einfache Gleichungen mit Parametern</p>	

Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche

Schwerpunkthemen

Vernetzungen

Vorhaben und Projekte

<p><b>L2: Messen und Größen</b> (12 Stunden) Flächeninhalt von Vielecken</p>		<p>Projekt „Haus der Vierecke“</p>
<p><b>L1: Rationale Zahlen</b> (8 Stunden)</p>	<p>Wiederholung Rechengesetze, Bruchzahlen</p>	<p>Mathe-Führerschein „Rationale Zahlen“</p>
<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (12 Stunden) Proportionale und antiproportion. Zuordnungen (1)</p>	<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (8 Stunden) Grundlagen</p>	<p>Graphen erzählen Geschichten</p>
<p><b>L5: Daten und Zufall</b> (10 Stunden) Daten</p>		<p>Einsatz einer Tabellenkalkulation</p>
<p><b>L3: Raum und Form</b> (4 Stunden) Symmetrische Figuren</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (4 Stunden) Geometrische Abbildungen</p>	<p>Einsatz einer Geometriesoftware</p>
<p><b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (12 Stunden) Grundaufgaben der Prozentrechnung</p>	<p>Wiederholung Bruchvorstellung</p>	
<p><b>L3: Raum und Form</b> (10 Stunden) Kongruente Figuren, Winkelsumme</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (6 Stunden) Grundkonstruktionen</p>	<p>Projekt „Gotische Kathedralen“</p>

Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche



Schwerpunktt Themen	Vernetzungen	Vorhaben und Projekte
<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil I</b> (10 Stunden) Einfache Terme und Gleichungen</p>	<p>Wiederholung Rechengesetze</p>	<p>Projekt „Mathematische Zaubertricks“</p>
<p><b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (18 Stunden) Prozentrechnung (Sachaufgaben), Zinsrechnung</p>		<p>Fächerübergreifend: Vom Tauschhandel zum Euro</p>
<p><b>L2: Messen und Größen</b> (8 Stunden) Kreisumfang und -fläche</p>		<p>Muster und Mandalas selbst entwerfen</p>
<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (12 Stunden) Proportionale und antiproportion. Zuordnungen (2)</p>		<p>Projekt „Energiesparen in der Schule“</p>
<p><b>L2: Messen und Größen</b> (8 Stunden) Berechnungen an Körpern</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (4 Stunden) Schrägbilder</p>	
<p><b>L5: Daten und Zufall</b> (10 Stunden) Zufällige Erscheinungen</p>	<p>Wiederholung Bruchrechnung</p>	
<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil I</b> (10 Stunden) Lineare Gleichungen</p>	<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil II</b> (4 Stunden) Einfache Gleichungen mit Parametern</p>	

Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche

Schwerpunkthemen

Vernetzungen

Vorhaben und Projekte

<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (16 Stunden) Proportionale und antiproportionale Zuordnungen</p>	<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (4 Stunden) Grundlagen</p>	<p>Einsatz einer Tabellenkalkulation</p>
<p><b>L3: Raum und Form</b> (12 Stunden) Symmetrische Figuren, Grundkonstruktionen</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (8 Stunden) Geometrische Abbildungen</p>	<p>Projekt „Parkette des M. C. Escher“</p>
<p><b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (20 Stunden)</p>	<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil I</b> (5 Stunden) Einfache Terme und Gleichungen</p>	<p>Projekt „Energiesparen in der Schule“</p>
	<p><b>L5: Daten und Zufall</b> (8 Stunden) Daten</p>	
<p><b>L5: Daten und Zufall</b> (8 Stunden) Zufällige Erscheinungen</p>		
<p><b>L1: Rationale Zahlen</b> (6 Stunden) Addition und Subtraktion</p>	<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil I</b> (4 Stunden) Komplexere Terme</p>	<p>Erstellen eines Zeitstrahls</p>

Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche

Schwerpunktthemen

Vernetzungen

Vorhaben und Projekte

**L1: Rationale Zahlen**  
(10 Stunden)  
Multiplikation und Division

Mathe-Führerschein  
„Rationale Zahlen“

**L2: Messen und Größen**  
(8 Stunden)  
Flächeninhalt von  
Vielecken

**L4: Terme und  
Gleichungen Teil II**  
(6 Stunden)  
Produkte von Termen

Projekt „Naturschutz contra  
Gewerbeansiedlung“

**L3: Raum und Form**  
(8 Stunden)  
Sätze der  
ebenen Geometrie

**L3: Raum und Form**  
(6 Stunden)  
Kongruente Figuren

Projekt  
„Gotische Kathedralen“,  
auch mit DGS

**L4: Zuordnungen  
und Funktionen**  
(12 Stunden)  
Lineare Funktionen

**L4: Terme und  
Gleichungen Teil I**  
(12 Stunden)  
Lineare Gleichungen  
und Ungleichungen

**L2: Messen und Größen**  
(4 Stunden)  
Kreisumfang und -fläche

**L4: Terme und  
Gleichungen Teil II**  
(5 Stunden)  
Gleichungen mit  
Parametern

Internetrecherche –  
WebQuest zur Zahl  $\pi$

**L2: Messen und Größen**  
(4 Stunden)  
Berechnungen an Körpern

**L3: Raum und Form**  
(4 Stunden)  
Schrägbilder

Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche

Schwerpunkthemen

Vernetzungen

Vorhaben und Projekte

<p><b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (14 Stunden) Prozentrechnung</p>	<p>Wiederholung Brüche</p> <hr/> <p><b>L5: Daten und Zufall</b> (8 Stunden) Daten</p>	<p>Projekt „Deutschland versinkt im Müllberg“</p>
<p><b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (6 Stunden) Zinsrechnung</p>		
<p><b>L3: Raum und Form</b> (8 Stunden) Geometrische Abbildungen</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (6 Stunden) Grundkonstruktionen</p> <hr/> <p><b>L3: Raum und Form</b> (6 Stunden) Symmetrische Figuren</p>	<p>Einsatz einer Geometriesoftware</p>
<p><b>L1: Rationale Zahlen</b> (16 Stunden)</p>	<p>Wiederholung Brüche</p>	<p>Mathe-Führerschein „Rationale Zahlen“</p>
<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (16 Stunden) Proportionale und antiproportionale Zuordnungen</p>	<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (6 Stunden) Grundlagen</p> <hr/> <p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil I</b> (4 Stunden) Einfache Terme und Gleichungen</p>	<p>Fachübergreifende Einführung proportionaler Zuordnungen</p>

Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche

Schwerpunktt Themen	Vernetzungen	Vorhaben und Projekte
<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil I</b> (16 Stunden)</p> <p>Lineare (Un-)Gleichungen und komplexere Terme</p>	<p><b>L2: Messen und Größen</b> (8 Stunden)</p> <p>Flächeninhalt von Vielecken</p>	<p>Projekt „Mathematische Zaubertricks“</p>
<p><b>L2: Messen und Größen</b> (4 Stunden)</p> <p>Kreisumfang und -fläche</p>	<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil II</b> (4 Stunden)</p> <p>Gleichungen mit Parametern</p>	
<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil II</b> (8 Stunden)</p> <p>Produkte von Termen</p>		<p>Übersetzen von Text in Terme und Gleichungen</p>
<p><b>L2: Messen und Größen</b> (4 Stunden)</p> <p>Berechnungen an Körpern</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (4 Stunden)</p> <p>Schrägbilder</p>	<p>Hochwasserschutz</p>
<p><b>L5: Daten und Zufall</b> (8 Stunden)</p> <p>Zufällige Erscheinungen</p>	<p>Wiederholung Prozentrechnung</p>	<p>Einsatz einer Tabellenkalkulation</p>
<p><b>L3: Raum und Form</b> (8 Stunden)</p> <p>Sätze der ebenen Geometrie</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (6 Stunden)</p> <p>Kongruente Figuren</p>	
<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (10 Stunden)</p> <p>Lineare Funktionen</p>	<p>Wiederholung Funktionen und proportionale Zuordnungen</p>	<p>Muster aus Graphen erzeugen</p>

Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche

Schwerpunkthemen

Vernetzungen

Vorhaben und Projekte

<p><b>L3: Raum und Form</b> (6 Stunden) Symmetrische Figuren</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (6 Stunden) Grundkonstruktionen</p>	<p>Projekt „Geometrie in der Architektur“</p>
<p><b>L1: Rationale Zahlen</b> (16 Stunden)</p>		
<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (4 Stunden) Grundlagen</p>	<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil I</b> (4 Stunden) Einfache Terme und Gleichungen</p>	<p>Einsatz einer Tabellenkalkulation</p>
<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (16 Stunden) Proportionale und antiproportionale Zuordnungen</p>		
<p><b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (10 Stunden) Prozentrechnung</p>	<p><b>L5: Daten und Zufall</b> (6 Stunden) Daten</p>	<p>Datenauswertung und -präsentation mit PC</p>
<p><b>L5: Daten und Zufall</b> (10 Stunden) Zufällige Erscheinungen</p>		<p>Projekt „Die Würfel des Herrn Efron“</p>
<p><b>L2: Messen und Größen</b> (8 Stunden) Flächeninhalt von Vielecken</p>	<p><b>L2: Messen und Größen</b> (4 Stunden) Kreisumfang und -fläche</p>	

Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche

Schwerpunkthemen	Vernetzungen	Vorhaben und Projekte
<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil I</b> (16 Stunden) Lineare (Un-)Gleichungen und komplexere Terme</p>		
<p><b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (6 Stunden) Zinsrechnung</p>	<p><b>L1: Prozent- und Zinsrechnung</b> (4 Stunden) Prozentrechnung</p>	<p>Projekt „Mathematik und Zeitung“</p>
<p><b>L3: Raum und Form</b> (14 Stunden) Geometrische Abbildungen, kongruente Figuren</p>	<p>Wiederholung Zuordnungen</p>	<p>Projekt „Astronomie“</p>
<p><b>L3: Raum und Form</b> (8 Stunden) Sätze der ebenen Geometrie</p>		<p>Einsatz einer Geometriesoftware</p>
<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil II</b> (8 Stunden) Produkte von Termen</p>		
<p><b>L2: Messen und Größen</b> (4 Stunden) Berechnungen an Körpern</p>	<p><b>L3: Raum und Form</b> (4 Stunden) Schrägbilder</p>	<p>Projekt „Unmögliche Objekte“</p>
<p><b>L4: Zuordnungen und Funktionen</b> (12 Stunden) Lineare Funktionen</p>	<p><b>L4: Terme und Gleichungen Teil II</b> (4 Stunden) Gleichungen mit Parametern</p>	<p>Einsatz einer Tabellenkalkulation</p>

Sichern von Grundwissen: 20 min pro Woche

## 5 Vorhaben und Projekte

### 5.1 Kennzeichen für Projektunterricht

Das Organisationsmodell für Projektunterricht, wie es z. B. von Gudjons beschrieben wird, ist in den meisten Schulen nur bedingt durchführbar. Die Rahmenbedingungen lassen es in der Regel aber zu, Unterrichtseinheiten in Anlehnung an die Bestimmungsmerkmale von Projektunterricht zu gestalten.

Die im Folgenden aufgeführten Kriterien von Projektunterricht erheben nicht den Anspruch der Vollständigkeit. Vielmehr soll deutlich werden, wo Anknüpfungspunkte für Projektunterricht im normalen Fachunterricht zu finden sind und wie Elemente eines idealtypischen Projektunterrichtes auch im Fachunterricht umgesetzt werden können.

Zu den Bestimmungsmerkmalen von Projektunterricht gehören u. a.:

- Situationsbezug und Orientierung an den Interessen der Beteiligten

Die Fragestellung eines Projektthemas soll im engen Zusammenhang mit der Lebenssituation der Schülerinnen und Schüler stehen und das Denken in fachwissenschaftlichen Disziplinen überschreiten. Im Idealfall äußern die Schülerinnen und Schüler den Wunsch, sich mit einer Fragestellung intensiver zu beschäftigen. Der Anstoß kann aber auch von Lehrerinnen und Lehrern, von einer bemerkenswerten Beobachtung, vom Schulbuch o. a. kommen. Entscheidend ist, dass das Thema reichhaltig ist und vielfältige Möglichkeiten für Fragen bietet.

- Gesellschaftliche Praxisrelevanz

Ein Thema im Projektunterricht erfährt sowohl eine gesellschaftsbezogene als auch eine individualsbezogene Begründung. Es muss geeignet sein, Schülerinnen und Schülern Orientierungshilfen für die Gestaltung des eigenen Lebens in Bezug auf ihre Verantwortung in der Gesellschaft zu geben.

- Zielgerichtete Planung/Selbstorganisation und Selbstverantwortung

Schülerinnen und Schüler sollen den Themenbereich, den sie ausgewählt haben, selbst strukturieren lernen, den Ablauf selbst planen, nach Bearbeitungswegen suchen, die notwendigen Informationen möglichst selbst beschaffen und die zur Verfügung stehende Zeit sinnvoll einteilen. Diese vielfältigen und anspruchsvollen arbeitsmethodischen Kompetenzen erfordern eine Vorbereitung im traditionellen Unterricht, z. B. durch Arbeit in Gruppen.

Sowohl Planung, Durchführung als auch Entscheidung über das Ende der Projektarbeit und die Art der möglichen Präsentation liegt weitgehend bei den Lernenden.

- Soziales Lernen

Projektunterricht fördert und fordert in besonderem Maße demokratische, von allen getragene Entscheidungsprozesse, soziales Lernen und Teamfähigkeit. Da die Schülerinnen und Schüler die Planung für ihre Arbeit und die Verantwortung für die Durchführung selbst übernehmen, müssen sie Aufgabenbereiche untereinander aufteilen und viele Absprachen treffen. Daher ist es erforderlich, dass immer wieder Gespräche mit der ganzen Lerngruppe geführt werden, in denen der aktuelle Arbeitsstand erhellt wird bzw. Schwierigkeiten innerhalb einer Gruppe geklärt werden; d. h. die Planung muss immer offen und revisionsfähig sein. Projektziele werden immer nur vorläufig formuliert, da Erfahrungen im Prozess der Durchführung als neue Planungselemente in die Projektarbeit einfließen.

- Produktorientierung

Projektergebnisse sollen immer präsentiert werden. Bei vielen Themen ist es möglich, über eine Präsentation im Klassenzimmer hinaus eine größere Präsentation in Form einer „Ausstellung“ in der Schule durchzuführen, z. B. für ein Schulfest, einen Elternabend oder einfach als Bereicherung des Schulalltags ohne eigenen Anlass. Die Aussicht, ihre Ergebnisse präsentieren zu können, motiviert Schülerinnen und Schüler, bei der Herstellung und Gestaltung der Materialien sorg-



fältig zu arbeiten. Die „Produkte“ dienen auch dazu, die erarbeitete Problemlösung im Blick auf die Aufgabenstellung, die Ziele, die Planung und den Arbeitsprozess zu überprüfen.

Die in diesem Heft beschriebenen Beispiele geben vielfältige Anregungen für einen Unterricht, der sich in weiten Bereichen projektorientiert durchführen lässt.

### **Allgemeine Literatur:**

- Bastian, J.: Lehrer im Projektunterricht. In: Westermanns Pädagogische Beiträge. 6/1984. S. 293-300
- Bastian, J.: Leistung im Projektunterricht. In: Friedrich Jahresheft XIV, Prüfen und beurteilen. Seelze 1996
- Bastian, J.; Gudjons, H. (Hrsg.): Das Projektbuch Band I. Theorie, Praxis, Erfahrungen. Hamburg, 4. Aufl. 1994
- Bastian, J.; Gudjons, H. (Hrsg.): Das Projektbuch Band II. Über die Projektwoche hinaus, Projektlernen im Fachunterricht. Hamburg, 3. Aufl. 2006
- Bauer, R.: Schülergerechtes Arbeiten in der Sekundarstufe I. Lernen an Stationen. Berlin, 6. Aufl. 2003
- Frey, K.: Die Projektmethode. Weinheim und Basel, 10. Aufl. 2005
- Gudjons, H.: Handlungsorientiert lehren und lernen. Bad Heilbrunn, 6. Aufl. 2001
- Ludwig, M.: Projekte im Mathematikunterricht des Gymnasiums. Hildesheim 1998
- Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung (Hrsg.): Projekte im Gymnasium. Donauwörth 2002

### **5.2 Kurzbeschreibung ausgewählter Vorhaben und Projekte**

Für die dargestellten Vorhaben und Projekte wird je nach den Rahmenbedingungen vor Ort und der fachlichen Schwerpunktsetzung unterschiedlich viel Zeit eingeplant werden müssen. Die angegebenen Literaturhinweise und Internetlinks haben Vorschlagscharakter; die Hinweise auf Internetseiten wurden zuletzt im Mai 2007 überprüft. Ergänzende elektronische Materialien finden sich unter <http://bildungsstandards.bildung-rp.de/>

# Astronomie

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

L3: Raum und Form

- Drehungen und Verschiebungen im ebenen kartesischen Koordinatensystem ausführen
- Geometrische Abbildungen hinsichtlich ihrer Bestimmungsstücke untersuchen

### b) Kompetenzbezogen

K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten

K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden

K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen

K6: Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen

## FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Erdkunde: Gradnetz und Rotation der Erde

Physik: Sonnen- und Mondfinsternis, Mondphasen

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Der Themenbereich „Drehungen“ lässt sich anhand der Auseinandersetzung mit astronomischen Phänomenen abdecken:

- Langzeitbelichtungen des Sternenhimmels rund um den Polarstern:
  - Wie werden solche Aufnahmen angefertigt? (Belichtungsdauer)
  - Was kennzeichnet den Polarstern? (Die Rotation der Erde um die Sonne spielt in Anbetracht der Entfernung zum Polarstern keine Rolle.)
  - Wie kommt es zu der Sternbewegung? (Unterschied zwischen Nord- und Südhalbkugel; die Eigenbewegung der Sterne spielt keine Rolle.)
- Sternbilder:
  - Wo ist ein (nördliches) Sternbild einige Zeit später am Himmel zu sehen? (Konstruktion einer Drehung)
  - Prinzip einer drehbaren Sternkarte (Abhängigkeit von dem Breitengrad; nördliche und südliche Sternbilder)
  - Tierkreiszeichen (Ekliptik; 13. Sternbild blieb unbenannt; warum sieht man das Sternbild des Löwen nur im Winter?)

In diesem Zusammenhang bieten sich Recherchen (insbesondere im Internet) an, die auch weiterführende Informationen rund um das Gebiet der Astronomie ergeben (z. B. dass aufgrund der Lufthülle der Erde bereits Sterne zu sehen sind, die eigentlich noch unterhalb des Horizontes stehen).

Der Besuch einer Sternwarte oder eines Planetariums ist überaus lohnenswert.

Zur Unterstützung des räumlichen Vorstellungsvermögens ist ein Nachspielen der Himmelskörperbewegungen unerlässlich. Dies kann auch im Zusammenhang mit der Bewegung des Mondes um die Erde durchgeführt werden (der Mond dreht sich in 28 Tagen einmal um die Erde und zeigt immer dasselbe „Gesicht“ – dreht er sich auch um sich selbst?).

## **MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE**

- Hahn, H.-M.; Weiland, G.: Der neue Kosmos-Himmelsführer. Stuttgart 2003
- Bilderdatenbank unter <http://www.astronomie.de>
- Unterrichtseinheit zu Sternkarten:  
[http://rath.brgkepler.at/astronomie/sternkarte/ue\\_sternk.htm](http://rath.brgkepler.at/astronomie/sternkarte/ue_sternk.htm)
- Drehbare Sternkarte zum Selberbasteln (kann auf die eigene Position geeicht werden):  
<http://www.infodrom.north.de/~muh/Astronomie/Projekte/Drehbare/>
- Schanz, R. (Hrsg.): Astronomie in der Schule. Mainz 2005  
(Kostenpflichtiger Download unter <http://ilf.bildung-rp.de/materialien/material.php?did=41>)

# Boxplot

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

L5: Daten und Zufall

- Daten unter Verwendung von Kenngrößen (z. B. Boxplot) interpretieren

### b) Kompetenzbezogen

K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden und interpretieren

K6: Texte (auch Grafiken und Abbildungen) verstehen und überprüfen

## KONSTRUKTION VON BOXPLOTS

Zur Aufgabe der beschreibenden Statistik gehört es, statistische Daten in Tabellen zu verdichten, durch geeignete grafische Darstellungen zu veranschaulichen und schließlich durch einfache Kenngrößen zu charakterisieren. Ein Boxplot ist ein Diagramm, das die wichtigsten Merkmale eines Datensatzes grafisch veranschaulicht. Er veranschaulicht Streuung und Symmetrie der Verteilung. Gibt man mehrere Boxplots zu einer gemeinsamen Achse an, lassen sich auch Verteilungen miteinander vergleichen.

Im Boxplot werden fünf Kenngrößen verwendet: der Median ( $M$ ), das untere und obere Quartil  $Q_1$  bzw.  $Q_3$  (die beiden Werte, die neben dem Median die Datenreihe in Viertel teilen) sowie das Minimum  $M_i$  und Maximum  $M_a$  des untersuchten Merkmals. Damit befinden sich zwischen Minimum und bis zum unteren Quartil 25%, bis zum oberen 75% und bis zum Maximum 100% der beobachteten Werte.<sup>1</sup>

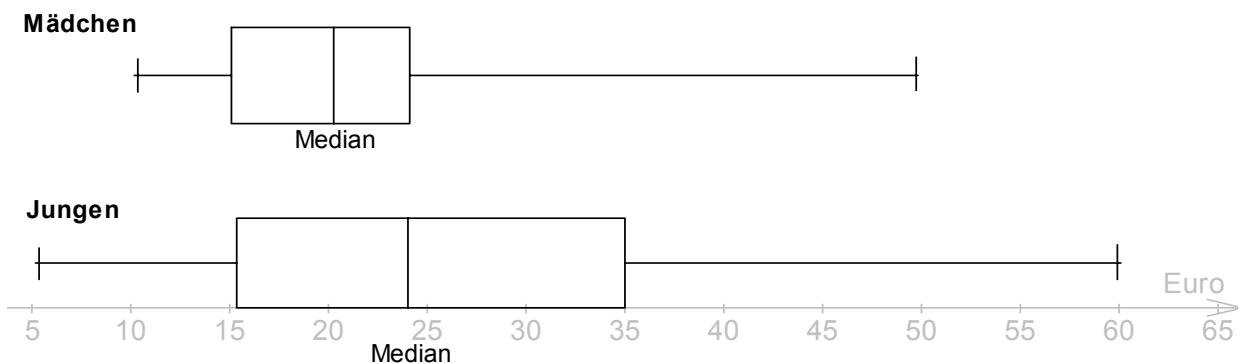
**Erstes Beispiel:** „Wie viel Euro gibst du pro Monat für das Telefonieren mit dem Handy aus?“

Ordnet man die Urliste der Merkmalswerte (monatliche Ausgaben in Euro) nach der Größe und trennt die Ergebnisse nach Geschlechtern, so kann man den Median ( $M = 24$ ) und die Mediane der beiden Teillisten (unteres Quartil  $Q_1 = 16$  und oberes Quartil  $Q_3 = 35$ ) abzählen. In dem Intervall von 17 bis 35 mit dem Quartilabstand 19 liegen 50% der erhobenen Daten (Zahlenwerte für die Liste der Jungen).

Datenreihe Jungen: 5 ( $= M_i$ ), 6, 6, 10, 12, 14, 15, 16, 16 ( $= Q_1$ ), 17, 17, 18, 20, 20, 22, 22, 24 ( $= M$ ), 24, 24, 25, 25, 28, 32, 33, 35, 35 ( $= Q_3$ ), 38, 40, 40, 42, 48, 50, 60 ( $= M_a$ ).

Datenreihe Mädchen: 10 ( $= M_i$ ), 12, 13, 13, 14, 14, 15, 16, 16 ( $= Q_1$ ), 16, 18, 18, 18, 20, 20, 20, 20 ( $= M$ ), 22, 22, 22, 23, 23, 24, 24, 25 ( $= Q_3$ ), 30, 35, 38, 40, 45, 45, 50 ( $= M_a$ ).

Vergleich der beiden Datenreihen in einem Boxplot:

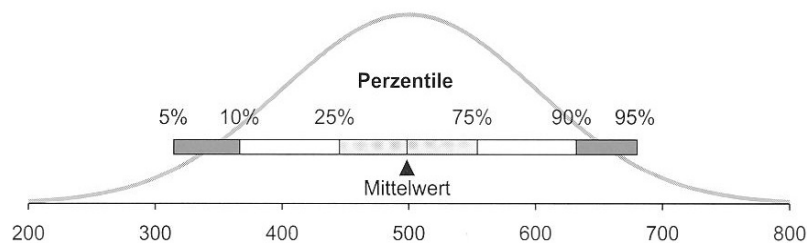


<sup>1</sup> Zur Bestimmung der konkreten Werte gibt es unterschiedliche Meinungen: Einmal heißt es, als Quartile sollen immer in der Datenreihe vorkommende Werte benutzt werden, zum anderen werden bei einer geraden Anzahl von Daten für die Quartile Mittelwerte nach der für den Median geltenden Vorschrift gebildet.

Ohne die Urliste zu kennen, lässt sich aus den beiden Boxplots die Information entnehmen, dass die Verteilung bei den Mädchen weniger streut und asymmetrisch ist. 50% der Schülerinnen geben zwischen 16 und 24 Euro pro Monat für das Telefonieren mit dem Handy aus.

Bei den Jungen sind die entsprechenden Werte 16 bis 35 Euro, die Spannweite beträgt sogar 55 Euro, auch diese Verteilung ist asymmetrisch, allerdings hin zu größeren Werten.

**2. Beispiel:** Statt Quartilen kann man auch andere Quantile wählen, um die Verteilungen zu veranschaulichen. Bei der PISA-Erhebung werden für die Testleistungen der Schülerinnen und Schüler in den Teilnehmerstaaten bestimmte Perzentilbänder angegeben, die ebenfalls Boxplots sind. So befinden sich z. B. unterhalb des 10%-Perzentils 10% aller Testwerte; die „Ausreißer“ unterhalb 5% und oberhalb 95% werden nicht dargestellt.



Aus: Prenzel, M. u. a.: PISA 2003. Der zweite Vergleich der Länder in Deutschland. Münster 2005, S. 37

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

In der Doppeljahrgangsstufe 5/6 wurden Datenerhebungen mittels Balken- oder Kreisdiagrammen dargestellt und absolute oder relative Häufigkeiten sowie Mittelwerte berechnet.

Boxplots sind nun eine weitere grafische Darstellungsform, die zusätzliche Informationen über die Verteilung enthalten. Die aus ihnen gewonnenen Aussagen über die Streuung und Symmetrie der Verteilung sollte zu weiteren Hypothesen und neuen Untersuchungen anregen (z. B. Gründe für die geringere Streuung der Handy-Ausgaben bei den Mädchen).

Es bieten sich Erhebungen an, die Schülerinnen und Schüler in ihrem Umfeld selbst durchführen können, wie z. B. Fernsehzeiten in bestimmten Altersstufen, Höhe des Taschengelds, Zeit für Hausaufgaben, Zubettgeh-Zeit, Geld, das man gerade bei sich trägt, Länge des Schulwegs, Größe (Vergleich bezüglich der Geschlechter und Erklärung mit Hilfe biologischer Fakten).

Umgekehrt sollen auch Informationen aus Boxplots herausgelesen und der Informationsgehalt mit anderen grafischen Darstellungsformen verglichen werden. Je nach Funktion der grafischen Darstellung sind dabei unterschiedliche Formen vorteilhaft.

## MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE

- Spielmann, M.: Grafische Veranschaulichung von statistischen Daten mittels box-plot. In: Praxis der Mathematik in der Schule, Heft 5 (43. Jahrgang), Oktober 2001
- <http://www.learn-line.nrw.de/angebote/eda> (dort auch Erstellen eines Boxplots in Excel)
- Langlotz, H.; Saint-George, G. v.: Daten darstellen, erkunden, auswerten. In: Leuders, T. (Hrsg.): Computer, Internet & Co. im Mathematikunterricht. Berlin 2005 (Hier finden sich Verteilungen, die mit einem CAS-fähigen Handheldgerät erstellt wurden.)
- <http://pisa.ipn.uni-kiel.de/> (dort: Zentrale Ergebnisse des zweiten Vergleichs der Länder in Deutschland)
- [http://www.uni-greifswald.de/~geograph/phys\\_geo\\_1/Umweltstat/Programs/Boxplot.xls](http://www.uni-greifswald.de/~geograph/phys_geo_1/Umweltstat/Programs/Boxplot.xls)
- <http://www.schule.suedtirol.it/blick/angebote/modellmateh/ma2040.htm> (Beispiel für die Konstruktion von Boxplots am Beispiel Handyausgaben für Jungen und Mädchen)

## Deutschland versinkt im Müllberg

### LEHRPLANBEZUG

#### a) Inhaltsbezogen

L5: Daten und Zufall

- Daten grafisch aufbereiten, auswerten und interpretieren

#### b) Kompetenzbezogen

K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden

K4: Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln

K5: Mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) sinnvoll und verständlich einsetzen

K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien

### FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Bildung für nachhaltige Entwicklung, Erdkunde, ökonomische Bildung

### HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Die Industriestaaten erzeugen viel Müll, der eine Ressourcenverschwendung darstellt und dessen Entsorgung Umweltprobleme mit sich bringt. In Zusammenarbeit mit den Gesellschaftswissenschaften kann man Vergleiche zwischen Staaten oder Bundesländern anstellen. Bei der Nutzung der unterschiedlichen Statistiken stellt sich die Frage, wie man die Müllmengen miteinander vergleichen kann (z. B. Umrechnung des Abfalls in kg pro Person und Jahr).

Die Unterschiede im Abfallanfall innerhalb der deutschen Bundesländer bzw. zwischen den Industriestaaten eignen sich dazu, Spannweiten und Mittelwertbildungen zu behandeln.

Grafische Aufbereitungen sind auf vielen Internetseiten bereits durchgeführt worden. Diese können interpretiert und durch Kenngrößen der Verteilung ergänzt werden.

In Verbindung mit entsprechenden Untersuchungen der Situation an der eigenen Schule können die Ergebnisse präsentiert werden.

### MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE

- Rohdaten zur Mülltrennung in Europa:  
<http://www.planet-wissen.de/>  
(Im Suchen-Feld den Begriff „Mülltrenner“ eingeben)
- Daten des Umweltbundesamtes:  
<http://www01.abfall-intern.de/html/stat/rest.php>  
<http://www.env-it.de/umweltdaten/public/theme.do?nodeId=2320>
- Statistisches Bundesamt:  
<http://www.destatis.de/presse/deutsch/pm2004/p5110111.htm>  
<http://www.destatis.de/basis/d/umw/umwtab1.php>

# Die Würfel des Herrn Efron

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

L5: Daten und Zufall

- Zufällige Erscheinungen

### b) Kompetenzbezogen

K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern

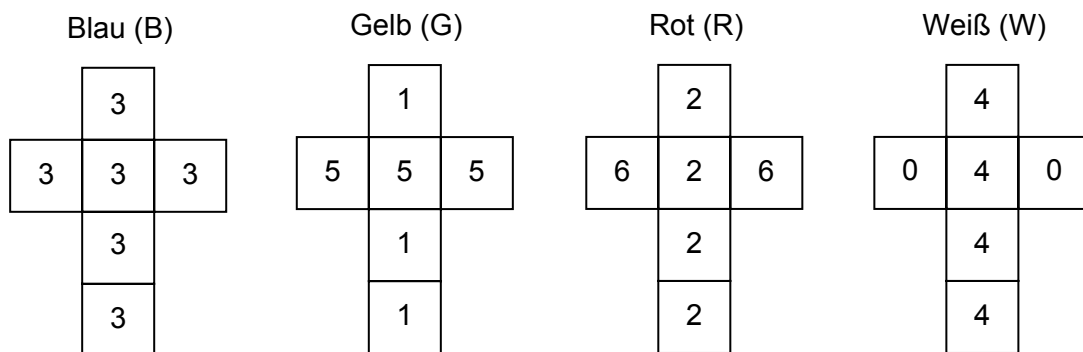
K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Bei diesem Beispiel steht das selbstständige Experimentieren im Vordergrund, um Vorstellungen des Laplace'schen Wahrscheinlichkeitsbegriffs zu vertiefen. Auf altersgemäße Argumentationen ist zu achten.

### Spielbeschreibung

Bei den „Würfeln des Herrn Efron“ (benannt nach dem Statistiker Bradly Efron) handelt es sich um verschiedenfarbige und unterschiedlich beschriftete Würfel mit untenstehenden Netzen:



Bei zwei Spielern darf sich der erste zunächst einen Würfel aussuchen, anschließend wählt der zweite Spieler einen der übrigen Würfel aus. Beide Spieler werfen ihren Würfel. Wer die höhere Punktzahl hat, bekommt einen Punkt.

Bei diesem Spiel wird auf lange Sicht immer der zweite Spieler gewinnen, denn eine geschickte Wahl seines Würfels garantiert ihm eine Gewinnchance von zwei Dritteln.

### Unterrichtliche Durchführung – Mögliche Aspekte

- Hinreichend häufiges Spielen mit zwei Spielern, dabei Ausprobieren unterschiedlicher Würfelwahl; Dokumentation der Ausgänge und erste Vermutungen.
- Theoretische Analyse des Spiels mit Hilfe von Baumdiagrammen oder Tabellen (bezogen auf Würfelpaare); theoretische Berechnung der Gewinnchancen.
- Veränderung der Spielregeln, z. B. Berücksichtigung der Augenzahlen: Wer die größere Zahl würfelt, erhält so viele Punkte, wie die Differenz der Augenzahlen ausmacht. Mit dieser Variante wird das Spiel fair, d. h. die Gewinnwahrscheinlichkeit ist für beide Spieler gleich.
- Ausweitung des Spiels auf drei bzw. vier Spieler.
- Eigene Würfelspiele mit selbst beschrifteten Würfeln überlegen.

## MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE

- PM Heft 4, August 2005

## Einsatz einer dynamischen Geometriesoftware

### LEHRPLANBEZUG

Ab Klassenstufe 7 müssen Schülerinnen und Schüler mindestens einmal im Schuljahr innerhalb einer Lernsequenz mit dynamischer Geometriesoftware oder einer Tabellenkalkulation selbstständig arbeiten.

#### a) Inhaltsbezogen

L3: Raum und Form

- Grundkonstruktionen
- Konstruktionsbeschreibungen
- Symmetrische Figuren
- Kongruente Figuren
- Sätze der ebenen Geometrie
- Geometrische Abbildungen

#### b) Kompetenzbezogen

K1: Lösungswege beschreiben und begründen

K2: Geeignete Strategien zum Problemlösen auswählen und anwenden

K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen

K5: Mathematische Werkzeuge (Software) sinnvoll und verständlich einsetzen

K6: Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung der eingesetzten Software

### FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Gekoppelt an das jeweilige Thema

### HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Die im Rahmenlehrplan aufgeführten Inhalte der Leitidee 3 (Raum und Form), aber auch Themen aus der Leitidee 2 (Messen und Größen) bieten zahlreiche Ansatzpunkte, um dynamische Geometriesoftware sinnvoll im Unterricht zu nutzen.

Auch für die Klassenstufen 7 und 8 gilt, was bereits für die Orientierungsstufe gesagt wurde: Der Umgang mit einem Programm zur dynamischen Geometriesoftware darf keineswegs das Zeichnen mit Geodreieck und Zirkel ersetzen. Der geometrischen Software kommt die Aufgabe zu, das entdeckende Lernen zu fördern sowie Schülerinnen und Schüler bei der Formulierung von Lösungswegen (Konstruktionsbeschreibungen) zu unterstützen. Das Erstellen von Makros fördert das algorithmische Denken der Schülerinnen und Schüler.

Sätze der ebenen Geometrie (z. B. Satz des Thales) können von den Schülerinnen und Schülern interaktiv und entdeckend erlebt werden. Es wird nicht eine einzige, starre Figur untersucht, sondern die Eigenschaften der Figur, die sich im Zugmodus nicht verändern (z. B. Winkelsumme im Dreieck und anderen Polygonen, besondere Punkte im Dreieck). Dies ist allerdings noch kein allgemeiner Beweis.

Elektronische Arbeitsblätter, die neben der für die Aufgabe benötigten Ausgangssituation auch Algorithmen und Makros sowie Textfelder mit Arbeitsaufträgen enthalten, bieten den Schülerinnen und Schülern eine solide und zeitökonomische Arbeitsgrundlage. Die Untersuchung der Eigenschaften von Figuren tritt, verglichen mit dem Erstellen der Figuren, in den Vordergrund. Die so im Unterricht gewonnene Zeit kann benutzt werden, um allgemeine mathematische Kompetenzen verstärkt zu fördern.



Elektronische Arbeitsblätter können mit der ganzen Klasse im Computerraum, zur thematischen oder anforderungsbezogenen Differenzierung, beim Stationenlernen oder als Hausaufgabe eingesetzt werden. Das Arbeiten mit herkömmlichen Zeichengeräten soll dabei nicht vernachlässigt werden.

Da dynamische Geometriesoftware Berechnungen ermöglicht, kann man sie auch zur Untersuchung funktionaler Zusammenhänge einsetzen (z. B. Kreisinhalt und -umfang).

### **MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE**

Informationen zu den Programmen und Download:

- <http://www.dynageo.de/>
- <http://www.geogebra.at/>
- <http://geonext.uni-bayreuth.de/>
- <http://www.cabri.com/> (englisch)

Didaktische und methodische Informationen, Unterrichtsbeispiele:

- <http://www.dynamische-geometrie.de/index1.htm>
- <http://www.juergen-roth.de/index.html>
- <http://www.dynama.de/>
- <http://www.fh-lueneburg.de/mathe-lehramt/geo/geo.htm>
- <http://www.kristine-friebe.de/Geometrie/8.Euklid/dynageo.htm>

Weiterführende Literatur

- Leuders, T. (Hrsg.): Computer, Internet & Co. im Mathematikunterricht. Berlin 2005
- Elschenbroich, H.-J. und Seebach, G.: „Dynamisch Geometrie entdecken“. Rosenheim (3 CDs mit erläuternden Texten und elektronischen Arbeitsblättern für das 5./6., 7./8. und 9./10. Schuljahr. Die CDs sind für die Programme Euklid-Dynageo und Cabri erhältlich.)

## Einsatz einer Tabellenkalkulation

### LEHRPLANBEZUG

Ab Klassenstufe 7 müssen Schülerinnen und Schüler mindestens einmal im Schuljahr innerhalb einer Lernsequenz mit dynamischer Geometriesoftware oder einer Tabellenkalkulation selbstständig arbeiten.

#### a) Inhaltsbezogen

L1: Zahl und Zahlbereiche

- Negative Zahlen im jeweiligen Sachzusammenhang darstellen
- Terme berechnen

L2: Messen und Größen

- Umfang, Flächeninhalt und Volumen bestimmen

L4: Funktionaler Zusammenhang

- Terme mit einer Variablen funktional interpretieren und grafisch darstellen
- Gleichungen mit Parametern lösen
- Funktionen darstellen
- Graphen linearer bzw. antiproportionaler Funktionen darstellen
- Charakteristische Eigenschaften linearer Funktionen und die Auswirkung bei Parameteränderungen interpretieren und darstellen

L5: Daten und Zufall

- Daten grafisch aufbereiten

#### b) Kompetenzbezogen

K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden

K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden

K5: Mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten

K5: Mathematische Werkzeuge (wie Software) sinnvoll und verständlich einsetzen

K6: Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien

### FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Gekoppelt an das jeweilige Thema

### HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Der Lehrplan sieht für das 7. und 8. Schuljahr jeweils mindestens eine Lernsequenz mit Tabellenkalkulation oder dynamischer Geometriesoftware vor. Gerade die Inhalte der Leitidee 4 (Funktionaler Zusammenhang) bieten sich an, mit einer Tabellenkalkulation zu arbeiten. Beim Erstellen von Tabellenblättern erfahren die Schüler „hautnah“, welche Vorteile Formeln bieten.

Die Tabellenkalkulation bildet eine Brücke zwischen Arithmetik und Algebra und erlaubt es den Schülerinnen und Schülern, sich zwischen diesen Bereichen zu bewegen. Auch für die Klassenstufen 7 und 8 gilt, was bereits für die Orientierungsstufe gesagt wurde: Vor dem Einsatz der Software sollen ähnliche Probleme ohne elektronische Hilfsmittel bearbeitet werden.

Während in der Orientierungsstufe der arithmetische Aspekt (Umgang mit Zahlen) noch im Vordergrund stand, wird ab der Stufe 7 zunehmend der algebraische Aspekt (mit Formeln arbeiten) betrachtet. So sollen die Schülerinnen und Schüler verstärkt Muster und Regeln suchen, algebraische Ausdrücke aufstellen, Begriffe verallgemeinern, Vermutungen überprüfen und anhand

eigener Untersuchungen feststellen, welches mathematische Modell am besten für die Lösung einer Aufgabe geeignet ist.

Tabellenkalkulationen werden in erster Linie als Werkzeug für mathematische Berechnungen und statistische Auswertungen benutzt. Somit gehört der Umgang mit einem Tabellenkalkulationsprogramm zu den grundlegenden Kompetenzen, über die die Schülerinnen und Schüler beim Schulabschluss verfügen müssen.

Tabellenkalkulationen können aber noch mehr: Ein Tabellenblatt kann Grundlage für die interaktive Lösung eines mathematischen Problems sein und Tabellen können zu einem Ausgangspunkt für mathematische Animationen werden. Statt einzelne Werte zu betrachten, besitzt man die Möglichkeit, eine Folge von Werten zu sehen, zu analysieren und zu visualisieren. So erkennt man beispielsweise das Konvergieren oder Divergieren von Zahlenfolgen. Damit unterscheidet sich eine Tabellenkalkulation von den statischen Bildern in Büchern und an der Tafel. Diese Animation und Visualisierung fördert wesentlich das Verständnis und den Lernprozess.

Weiterhin bietet sich eine Tabellenkalkulation zum Modellieren, Experimentieren und Veranschaulichen an. Mit der Frage „Was ist wenn ...“ und der Beobachtung der Änderung der Ergebnisse, wenn ein Parameter geändert wird, kann man die Brauchbarkeit eines Modells überprüfen.

Die Prozentrechnung eignet sich besonders, in die Arbeit mit einem Tabellenkalkulationsprogramm einzuführen. Bei diesem Thema kann man das Erstellen von Tabellenblättern einüben. Anschließend lässt sich der PC vielseitig als Übungs- und Arbeitsmedium nutzen. Unterschiedliche Formen von Prozentdiagrammen lassen sich erstellen und die Möglichkeit der Manipulation bei grafischen Darstellungen können untersucht werden.

Bei der Erstellung von Tabellen für Sparverträge und Tilgungsplänen lernen sie die Vorteile, die sie haben, wenn geeignete Formeln (unterschiedliche Adressierungsarten) in Tabellenblättern kopiert werden. Gleichzeitig lassen sich Zinseszinsen berechnen.

Bei der Behandlung der proportionalen und umgekehrt proportionalen Zuordnung sowie Beschäftigung mit linearen Funktionen lassen sich mit einer Tabellenkalkulation Wertetabellen erstellen und Graphen zeichnen.

Im Bereich der Leitidee 5 (Daten und Zufall) bietet eine Tabellenkalkulation die Möglichkeit, Daten zu ordnen und übersichtlich darzustellen.

## **MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE**

- <http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/informatik/unterrichtsmaterial/>
- <http://www.lehrerfortbildung-bw.de/faecher/mathematik/>
- <http://www.mint-hamburg.de/Handreichungen/Mathe%20mit%20Zellen.pdf>  
(Einführung, methodische Hinweise und Unterrichtsbeispiele)
- <http://www.schule.suedtirol.it/blick/angebote/primarmathe/ma9910.htm>
- <http://www.fjls.de/781.0.html>  
(Funktionen zeichnen mit verschiedenen Programmen)
- [http://www.fh-lueneburg.de/mathe-lehramt/computer/excel/anleit\\_schieberegler.pdf](http://www.fh-lueneburg.de/mathe-lehramt/computer/excel/anleit_schieberegler.pdf)  
(Erstellen von Schiebereglern in Excel)
- <http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/mathematik/sek1/sachrechnen/prexcel>  
(Prozentrechnung mit Excel)

Weiterführende Literatur

- Leuders, T. (Hrsg.): Computer, Internet & Co. im Mathematikunterricht. Berlin 2005

# Energiesparen in der Schule

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

L1: Zahl und Zahlbereiche

- Prozentrechnung

L4: Funktionaler Zusammenhang

- Zuordnungen im Alltag erkennen, beschreiben und darstellen

### b) Kompetenzbezogen

K3: Die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen

K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden

K6: Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien

## FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Bildung für nachhaltige Entwicklung, Erdkunde: Bedeutung von verfügbarer bzw. erneuerbarer Energie für die wirtschaftliche Entwicklung, auch bei Ländern der Dritten Welt

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Ausgehend von dem Energiesparprogramm der eigenen Schule oder einer benachbarten Einrichtung gibt es verschiedene Möglichkeiten, das Thema aufzuarbeiten. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Analyse der Situation sowie der Reflexion und Bewertung. Aktuelle Daten können im Internet recherchiert werden.

Folgende Schwerpunkte sind möglich:

- Energiesparende Maßnahmen: richtiges Lüften, Lichter löschen, Energiesparlampen verwenden, Geräte ausschalten usw.; Berechnung der prozentualen Energieersparnis; Hochrechnung über einen längeren Zeitraum und Darstellung der CO<sub>2</sub>-Einsparung
- Einsatz regenerativer Energiequellen: Berechnung der notwendigen Flächen für Kollektoren, der zu erzielenden Energieausbeute, der Kostenersparnis und der CO<sub>2</sub>-Einsparung
- Prognosen des Weltenergiebedarfs und der Energiekosten (auch in Abhängigkeit der zur Verfügung stehenden Ressourcen)

## MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE

- Zusammenstellung auf der Seite der Bildung für nachhaltige Entwicklung:  
<http://www.nachhaltigkeit.bildung-rp.de/Materialien/Energie/ErneuerbareEnergie.pdf>
- Klimaschutz durch Energiesparen an Mainzer Schulen:  
[http://www.kesch-mainz.de/fs\\_tipps.htm](http://www.kesch-mainz.de/fs_tipps.htm)
- Stromverbrauch der Geräte im Standby-Betrieb:  
[https://www.bund.net/lab/reddot2/oekotipps\\_585.htm](https://www.bund.net/lab/reddot2/oekotipps_585.htm)
- Berechnungsbeispiele für Rendite durch Energiesparlampen:  
<http://www.ebz-mtk.de/beratungsthemen.htm>
- Weltenergiebedarf (Prognose bis 2030):  
<http://www.ecoglobe.ch/energy/d/vdin4n05.htm>
- Anregungen zum Umweltschutz an Schulen:  
<http://www.umweltschulen.de/energie/rge/index.htm>

## Fachübergreifende Einführung proportionaler Zuordnungen

### LEHRPLANBEZUG

#### a) Inhaltsbezogen

L4: Funktionaler Zusammenhang

- Proportionale Zuordnungen erkennen
- Graphen proportionaler Zuordnungen beschreiben
- Zuordnungen mittels Quotientengleichheit untersuchen
- Den Proportionalitätsfaktor inhaltlich deuten

#### b) Kompetenzbezogen

K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind (z. B.: „Wie verändert sich ...?“), und Vermutungen begründet äußern

K2: Geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden

K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen

K6: Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien

### FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Physik: Optik, Wärmelehre, Kräfte

### HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Folgende Experimente können von Schülerinnen und Schülern einfach in einer Gruppenarbeit im Klassenraum durchgeführt und ausgewertet werden und dienen dem Einstieg in eine entsprechende Unterrichtssequenz:

- Schraubenfeder  
Es wird die Auslenkung einer Schraubenfeder in Abhängigkeit von der Masse untersucht.
- Lichtfleck  
Der Durchmesser eines kreisförmigen Lichtflecks wird in Abhängigkeit vom Abstand eines Schirms von einer Lochblende, hinter der eine Glühlampe sitzt, untersucht.
- Heißes Wasser  
Die Temperaturerhöhung von Wasser, das in einem Topf auf einer Kochplatte steht, wird in Abhängigkeit von der Heizdauer untersucht.

Mögliche Fehlerquellen sollten diskutiert werden. Bei der Auswertung werden die Messwerte grafisch aufgetragen und eine Ausgleichsgerade gezeichnet. Über Zwischenwerte bzw. Prognosen außerhalb des gewählten Messbereichs ergeben sich Aussagen über Grenzen dieser mathematischen Modellierung.

Der Proportionalitätsfaktor lässt sich vielfältig interpretieren, z. B. bei Zuordnungen vom Typ Warenmenge  $\rightarrow$  Preis oder auch bei der Zuordnung Radius  $\rightarrow$  Umfang des Kreises, die experimentell untersucht werden kann. Im Zusammenhang mit dem Proportionalitätsfaktor werden die Zuordnungsvorschriften formuliert.

Zum Abschluss können Zuordnungen, die in unterschiedlicher Form vorgegeben sind (Wertetabelle, Graph bzw. Zuordnungsterm), auf Proportionalität untersucht und in eine andere Darstellungsform überführt werden.

# Fermi-Fragen

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

Alle Leitideen integrierbar

### b) Kompetenzbezogen

K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen

K6: Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien

## FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Gekoppelt an die jeweilige Frage

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Die nach dem italienisch-amerikanischen Physiker Enrico Fermi benannten Fermi-Fragen erlauben ein Üben von Grundwissen und -fertigkeiten in relativ offenen und anschaulichen Kontexten. Zu ihrer Lösung sind dabei Strategien des Modellierens und Begründens mit verschiedenen inhaltlichen mathematischen Kompetenzen zu verbinden, ohne besonders hohe Anforderungen zu stellen. Sie können im Grunde für jede Klassenstufe gefunden werden, wenn man seine Umwelt mit der „mathematischen Brille“ beobachtet.

Bei den folgenden Beispielen lassen sich alle lösungsrelevanten Informationen aus der Alltagserfahrung oder durch vernünftige Abschätzungen erschließen:

- Wie viele Mathematikaufgaben habe ich in meinem Leben schon gelöst?
- Wie viele Quadratmeter Bart rasiert ein Mann in einem Jahr?
- Wie viele Menschen können auf einem Fußballfeld nebeneinander stehen?

Bei anderen Aufgaben ist es möglicherweise zunächst erforderlich, Hintergrundinformationen und Daten z. B. im Internet zu recherchieren:

- Wie viele CDs braucht man, um die Information zu speichern, die sich in dem Gehirn eines Erwachsenen befindet?
- Wenn die Sonne eine Apfelsine wäre, wie groß wäre dann die Erde und in welchem Abstand kreiste sie um die Sonne (Apfelsine) herum?
- Wie lange wäre ein Güterzug, der den gesamten deutschen Müll eines Jahres transportieren könnte?

Bei der Lösung kommt der Dokumentation eine besondere Rolle zu, denn das Schätzen und Aufstellen begründeter Annahmen ist zu versprachlichen. Weiterhin sollten immer wieder auch heuristische Strategien bewusst gemacht werden, um immer mehr Schülerinnen und Schüler in die Lage zu versetzen, solche realitätsnahen Fragestellungen beantworten zu können.

## MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE

- Büchter, A.; Leuders, T.: Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Berlin 2005

# Geometrie in der Architektur

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

L3: Raum und Form

- Symmetrische (ebene) Figuren
- Körper (Schrägbilder)
- Geometrische Abbildungen
- Grundkonstruktionen

### b) Kompetenzbezogen

K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten

K3: Den Bereich, der modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen

K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten anwenden und unterscheiden

## FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Bildende Kunst: Bauwerke verschiedener Stile und Epochen

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Die Einsatzmöglichkeiten bei diesem Thema sind sehr vielfältig, daher ist eine Schwerpunktsetzung unbedingt erforderlich. Dies kann entweder die Beschränkung auf einen mathematischen Aspekt sein, der an verschiedenen architektonischen Beispielen erarbeitet wird; oder ein Bauwerk steht im Mittelpunkt, und es werden verschiedenartige (nicht nur) mathematische Fragestellungen dabei untersucht.

Ein regionaler Bezug ist in jedem Fall wünschenswert. Alternativ kann auch ein architektonisches Objekt (modernes Museum, Kathedrale, Gartenarchitektur usw.) im Zentrum stehen, das bei einer Klassenfahrt besucht wird. In diesem Fall können im Unterricht gezielte Vorbereitungen stattfinden; während der Klassenfahrt erfolgen die Beobachtungen und Untersuchungen vor Ort, und nachbereitend kann alles zusammengefügt und ggf. eine Präsentation erarbeitet werden.

In Zusammenarbeit mit Bildender Kunst und Werken können auch selbst architektonische Modelle hergestellt werden.

Folgende Aspekte bieten sich u. a. an:

- Bauwerke verschiedener Epochen: Beschreibung des Bauwerks und ausgewählter Bereiche (Körper und ebene Figuren, aus denen sich ein Bauwerk zusammensetzt; Symmetriebeobachtungen usw.)
- Bauwerke verschiedener Epochen: Darstellungen des Bauwerks (Schrägbilder; Grundriss, Aufriss, Seitenriss; Maßstab)
- Muster, z. B. in der Alhambra: Analyse durch geometrische Abbildungen, Herstellen ähnlicher Muster und Parkette (diese Muster finden sich nicht nur in der Alhambra, dort sind aber alle möglichen Varianten umgesetzt)
- Gotisches Maßwerk: Anwendung der Grundkonstruktionen (vgl. auch Projekt „Gotische Kathedralen“)

## MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE

- Baukunst und Mathematik. Poster. Mathematik plus. Volk und Wissen / Cornelsen
- Müller, R.: Gotische Maßwerkfenster. PZ-Information 10/2002

# Gotische Kathedralen

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

L3: Raum und Form

- Symmetrische (ebene) Figuren
- Körper (Schrägbilder)
- Geometrische Abbildungen
- Grundkonstruktionen

### b) Kompetenzbezogen

K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten

K3: Den Bereich, der modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen

K4: Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten anwenden und unterscheiden

## FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Religion, Geschichte: Bedeutung der Kathedralen und der Kirche; Gesellschaftsstruktur der damaligen Zeit

Bildende Kunst, Technik: Bauwerke verschiedener Stile und Epochen; Glasmalerei und Farbenlehre; technische Hilfsmittel, Vorgehensweise beim Bau

Deutsch: Textbesprechung, etwa Auszüge aus Ken Follet: Die Säulen der Erde

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Die Zeit der Gotik, etwa von 1150 bis 1350, ist eine Zeit großer Kirchenbauten, der Kathedralen. Glasmalerei, Bauplastik und Architektur gehen eine Verbindung ein; es entstehen Gesamtkunstwerke, die einen Höhepunkt europäischer Baukunst bieten. Allein in Frankreich und Deutschland sind in dieser Zeit rund 100 große Kathedralen gebaut worden, wie in Chartres, Paris, Reims, Köln, Straßburg und Freiburg, um nur einige der bedeutendsten zu nennen. Was bewegte die Menschen damals, solche ungeheuren Bauwerke zu schaffen? Welche Berufe waren am Bau einer Kathedrale beteiligt? Welche technischen Möglichkeiten hatten die Bauleute? Wie konnten die hohen Kosten aufgebracht werden? In einem Projekt können diese und andere Fragen untersucht werden, etwa der geistesgeschichtlich-theologische Hintergrund, die wirtschaftliche und politische Bedeutung oder technisch-konstruktive Möglichkeiten in der damaligen Zeit. Wegen der Komplexität der Thematik empfiehlt sich die Zusammenarbeit mit anderen Fächern. Besonders wünschenswert ist die Besichtigung einer größeren Kathedrale in der (näheren oder weiteren) Umgebung. Viele der Aspekte können natürlich auch an Kirchen anderer Epochen untersucht werden (etwa Speyer: Romanik).

Aus mathematischer Sicht ergeben sich mehrere Fragestellungen. Das umfassendste Gebiet sind sicherlich die gotischen Maßwerkfenster, die etwa mit Zirkel und Lineal oder auch mit dynamischer Geometriesoftware konstruiert werden können. Beispiele für Fensterelemente sind Zweipass, Dreipass und Nonnenkopf. Insbesondere die Software bietet bei komplizierteren Vorlagen Möglichkeiten der Vereinfachung, indem Grundformen als Makros abgespeichert und aufgerufen werden können. Als praktische Umsetzung bieten sich der eigenständige Entwurf und die Herstellung von Kirchenfenstern (etwa mit schwarzem Tonpapier und Transparentpapier) sowie die Präsentation in einer Ausstellung an.

Als weitere mathematische Aspekte können etwa Grundriss, Aufriss und Seitenriss von einzelnen Bauwerken untersucht und verglichen werden. Hierbei kommt man zu der Entdeckung, dass bestimmte Zahlen besonders häufig vorkommen, etwa in der „Rhythmisierung“ des Kirchenraumes (Einteilung der Längs- und Querschiffe). Dies liegt daran, dass einzelne Zahlen im



Mittelalter eine große symbolische und insbesondere auch religiöse Bedeutung hatten (Zahlenmystik). Bei einzelnen Bauwerken können ggf. noch weitere Besonderheiten untersucht werden (etwa das Labyrinth in Chartres).

Neben den üblichen Präsentationsformen („Ausstellung“, Diavortrag usw.) kann z. B. auch eine Führung zu einem Bauwerk der Region ausgearbeitet und interessierten Schülerinnen und Schülern oder Eltern angeboten werden.

#### **MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE**

- Müller, R.: Gotische Maßwerkfenster; PZ-Information 10/2002
- Gächter, A. A.: Spuren der Mathematik: Die Kathedrale von Chartres; aus: Reihe „aktuell“: Arbeitsheft für den Unterricht 5/97; Kant. Lehrmittelverlag St. Gallen 1997
- Gimpel, J.: Die Kathedralenbauer; Deukalion 1996
- Macaulay, D.: Sie bauten eine Kathedrale. dtv junior, München 1977
- Vicari, R.: Bauformen und Bauteile am Kaiserdom zu Speyer. Material für den Unterricht in der Schule. 2 Bände. Europäische Stiftung Kaiserdom zu Speyer; Kaiserslautern / Speyer 2004
- Strohmayer, W.: Geometrie der Kathedrale – Elementargrundlagen in Hoch- und Spätmittelalter. Lohengrin-Verlag, Tellingstedt 2002

## Internetrecherche – WebQuest

### LEHRPLANBEZUG

#### a) Inhaltsbezogen

Alle Leitideen integrierbar

#### b) Kompetenzbezogen

K1: Mathematische Argumentationen entwickeln (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise)

K1: Lösungswege beschreiben und begründen

K5: Mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen und Tabellen arbeiten

K6: Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien

K6: Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen

### FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Gekoppelt an das jeweilige Thema

Internetrecherche ist eine Methode, die in allen Fächern sinnvoll eingesetzt und von der Lehrkraft auf unterschiedliche Art und Weise dem Vorwissen der Schülerinnen und Schüler angepasst werden kann.

### HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Das Internet wird von vielen Schülerinnen und Schülern genutzt, um Informationen zu beziehen. Dabei arbeiten sie oft recht planlos und übernehmen kritiklos die dort gefundenen Informationen. Im Vergleich zu anderen Quellen bietet das Internet weltweite aktuelle Informationen und Zahlen. Dieser Vorteil wird durch ein übergroßes, unterschiedlich strukturiertes und teilweise auch unseriöses Angebot erkauft. Da viele für den Mathematikunterricht interessante Seiten für Fachleute geschrieben wurden und oft in englischer Sprache abgefasst sind, stellen sie erhöhte Anforderungen an das (Lese-)Verständnis der Schülerinnen und Schüler.

Darüber hinaus müssen Schülerinnen und Schüler lernen, dass es neben dem Internet noch andere Informationsquellen (Schulbücher, Fachbücher, Lexika usw.) gibt, die für eine umfassende Recherche zu nutzen sind.

Die Methode „WebQuest“ (Netzerkundung) ist geeignet, die Schülerinnen und Schüler an eine sinnvolle und ertragreiche Nutzung des Internets heranzuführen. Sie sollen schrittweise lernen, aus der Fülle an Informationen im Internet geeignete Quellen herauszufiltern und die Qualität der Informationen zu bewerten. Ein WebQuest besteht aus sechs Teilen: Einführung, Aufgabe, Vorgehen, Quellen, Bewertung und Fazit.

Die Einführung dient der motivierenden Hinführung und lenkt den Blick der Lernenden auf die Aufgabe, die alleine oder im Team zu lösen ist. Beim Vorgehen werden Arbeitsschritte zur Lösung der gestellten Aufgabe beschrieben und je nach technischen Gegebenheiten und Voraussetzungen der Lernenden von diesen selbst oder von der Lehrkraft vorgegeben.

Ungeübten Schülerinnen und Schülern werden die Quellen – online oder offline – von der Lehrkraft vorgegeben. Neben diesen Quellen dürfen die Schülerinnen und Schüler, wenn sie sich sicher fühlen, auch die „unendlichen Weiten“ des Internets benutzen. In diesem Falle müssen Schülerinnen und Schüler Kriterien für die Bewertung der Qualität der Quellen kennen, z. B. Seriosität, Authentizität, Objektivität, Aktualität usw.

Die Bewertungskriterien für die Lösung der Aufgabe und deren Präsentation (z. B. auch elektronisch als Beitrag zur Schulhomepage) werden zu Beginn des WebQuests bekannt gegeben. Das Fazit schließlich beendet das WebQuest und leistet eine Reflexion der Lehrkraft zusammen

mit der Klasse z. B. zum Ergebnis, zur Vorgehensweise oder zur Übertragbarkeit auf andere Themen.

Mögliche Themenbereiche für ein WebQuest in den Klassenstufen 7 und 8:

- „Lotto – Was geschieht mit unserem Geld?“  
(Mathematische Inhalte: Prozentrechnung, grafische Darstellungsformen usw.)
- „Rund um's Erdöl“  
(Mathematische Inhalte: Zuordnungen, grafische Darstellungsformen usw.)
- „Satz des Thales“  
(Mathematische Inhalte: Verschiedene Wege, einen Satz zu beweisen; historische Aspekte der Mathematik)
- „Winkelsumme im Dreieck“  
(Mathematische Inhalte: Verschiedene Wege, einen Satz zu beweisen)

## **MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE**

Allgemein zu Internetrecherche und WebQuests:

- <http://www.lehrerfortbildung-bw.de/unterricht/webquest/>
- <http://www.webquests.de/>
- <http://www.webquest-forum.de/>
- <http://www.bescherer.de/webquests/index.html>
- Leuders, T. (Hrsg.): Computer, Internet & Co. im Mathematikunterricht. Berlin 2005

Anregungen und Hilfen zu bestimmten Themen:

„Lotto – Was geschieht mit unserem Geld?“

- <http://webquest.ph-bw.de/webquests/lotto/>
- <http://www.lottohessen.de/> (dort *Lotto Hessen/Zweckerträge* öffnen)

„Rund um's Erdöl“:

- <http://www.tecson.de/>
- <http://www.fastenergy.de/>
- <http://www.energienetz.de/>
- <http://www.mwv.de/> (Jahresbericht; Preisinfo)

„Satz des Thales“:

- <http://www.mathe-online.at/materialien/Franz.Embacher/files/Thales/Thales.html>
- <http://www.did.mat.uni-bayreuth.de/~wn/thales.html>
- <http://www.arndt-bruenner.de/mathe/java/thales.htm>

„Winkelsumme im Dreieck“:

- <http://home.fonline.de/fo0126//geometrie/geo7.htm>
- <http://www.learn-line.nrw.de/angebote/medienmathe/bausteine/Geometrie/>
- <http://www.theresianum.de/Projekte/MatheZumBegreifen/Winkelsumme/Dreieck.htm>
- <http://www.stauff.de/matgesch/dateien/winkelsumme.htm> (Geometrie auf der Erdkugel)

## Mathe-Führerschein

### LEHRPLANBEZUG

#### a) Inhaltsbezogen

Alle Leitideen integrierbar

#### b) Kompetenzbezogen

Vielfalt an allgemeinen Kompetenzen integrierbar

### HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Ähnlich einer theoretischen Führerscheinprüfung werden für jede Jahrgangsstufe „Fragebögen“ sowie Übungsmaterial zu speziellen mathematischen Themen entwickelt (z. B. Kopfrechentraining, Prozent- und Zinsrechnung, Algebra usw.). Merkmale dieser Variante der Grundwissensicherung sind:

- Die Schülerinnen und Schüler bereiten sich mithilfe des Übungsmaterials auf die „Führerscheinprüfungen“ vor. Diese Vorbereitung (Sicherung des Grundwissens) ist die eigentliche didaktische Zielsetzung der Methode.
- Der Test wird unter Zeitvorgabe durchgeführt; er gilt als bestanden, wenn eine gewisse Anzahl von Fehlerpunkten nicht überschritten wurde. Die erfolgreichen Schülerinnen und Schüler bekommen das Zertifikat (z. B. den „Kopfrechenführerschein Klasse 7“) ausgehändigt, die nicht erfolgreichen können sich zu einer Wiederholungsprüfung anmelden; die Zeit bis dorthin wird genutzt, um die erkannten Schwächen gezielt aufzuarbeiten.
- Alternativ möglich: Die Schülerinnen und Schüler erhalten die erfolgreiche Teilprüfung auf ihrer Karteikarte vermerkt; sind alle für das Schuljahr (bzw. Schulhalbjahr) vorgesehenen Teildisziplinen durchlaufen worden, erfolgt die Prüfung zum „Gelände-Führerschein Mathematik“.

Erfahrungsgemäß besitzen solche „Führerscheinprüfungen“ bei den Schülerinnen und Schülern eine hohe Akzeptanz, gewinnen diese doch im Laufe der Zeit ein Gefühl der inneren Sicherheit in Bezug auf ihre mathematischen Fähigkeiten. Der Lernerfolg im Zusammenhang mit der Vorbereitung auf die „Führerscheinprüfungen“ kann dadurch honoriert werden, dass einzelne Aufgaben auch in Klassenarbeiten oder schriftlichen Überprüfungen der Hausaufgaben implementiert werden.

### MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE

- Bruder, R.: Elementares Können wachhalten. „Führerscheine“ im Mathematikunterricht. In: Üben & Wiederholen. Jahresheft 2000. Seelze 2000
- Bruder, R.: „Führerscheine“ im Mathematikunterricht. Im Internet unter [http://www.math-learning.com/files/ma\\_fs.pdf](http://www.math-learning.com/files/ma_fs.pdf)

# Mathematik und Zeitung

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

Alle Leitideen integrierbar

### b) Kompetenzbezogen

Vielfalt an allgemeinen Kompetenzen integrierbar, insbesondere K6 (Kommunizieren)

## FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Deutsch: Zeitungstexte, Leserbriefe

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Zeitungsartikel eignen sich als Basis für unterschiedliche Aufgabenstellungen im Mathematikunterricht, bei denen die Schülerinnen und Schüler nicht nur mathematische Sachverhalte analysieren und darstellen, sondern auch in vielfältiger Weise kreativ tätig werden können.

- Geschlossene Aufgabenstellungen:
  - Analysieren des Informationsgehaltes eines Artikels, einer Grafik oder einer Tabelle
  - Überprüfung, ob die Aussagen im Text und im Schaubild übereinstimmen
- Erweiterte Aufgabenstellungen:
  - Zu einem vorgegebenen Artikel wird selbst eine Grafik entworfen
  - Zu einer vorgegebenen Tabelle oder Schaubild wird ein Artikel verfasst
- Offene Aufgabenstellungen:
  - Suche nach fehlerhaften Aussagen oder Darstellungen, Analyse der Fehler, Verfassen eines Leserbriefs
  - Schülerinnen und Schüler recherchieren selbst, verfassen eigene Zeitungsartikel mit mathematischem Gehalt (z. B. aufgrund einer Umfrage) und kreieren passende Schaubilder

Die Produkte können ggf. veröffentlicht werden, z. B. in einer eigenen Mathematikzeitung, in der Schülerzeitung oder in der Lokalpresse; evtl. lässt sich auch ein Besuch in einem lokal ansässigen Zeitungsverlag arrangieren, der das eigene Vorhaben unterstützt.

## MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE

- Brauner, U.; Leuders, T.: Es ist wahr, denn es steht in der Zeitung ...“.  
In: Pädagogik Heft 5/2006
- Herget, W.; Scholz, D.: Die etwas andere Aufgabe, aus der Zeitung. Seelze 1998
- Herget, W.; Jahnke, Th.; Kroll, W.: Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Berlin 2005
- Webseite des Statistischen Bundesamtes in Wiesbaden:  
[http://www.destatis.de/presse/deutsch/pm2006/zdw\\_chron.htm](http://www.destatis.de/presse/deutsch/pm2006/zdw_chron.htm)

# Modellieren im Mathematikunterricht

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

Abhängig vom gewählten Modellierungsproblem

### b) Kompetenzbezogen

K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen

K3: In dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten

K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen

## FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

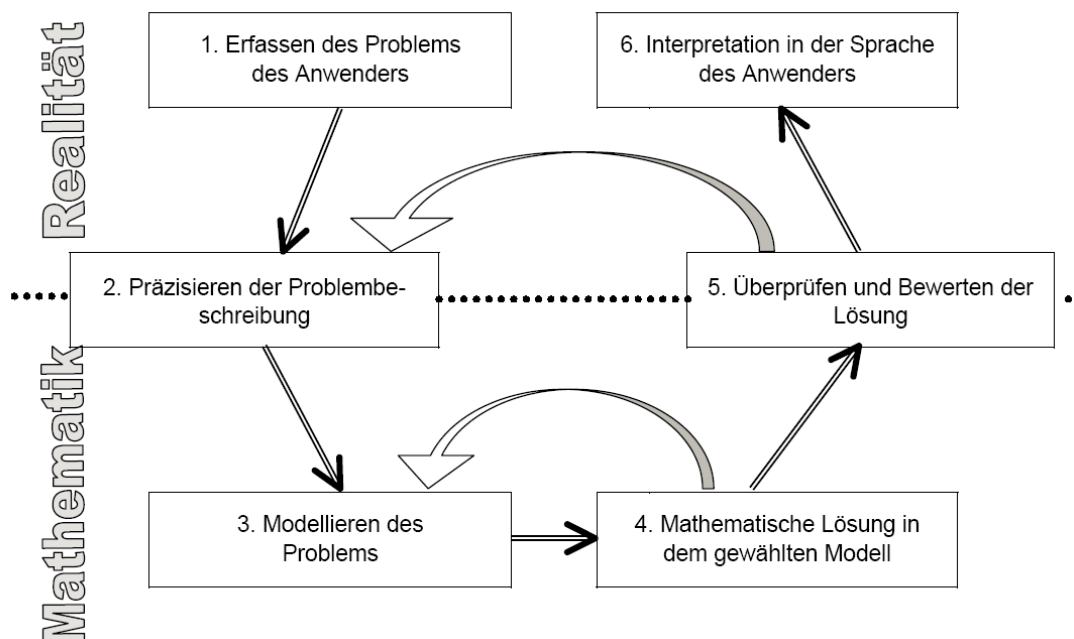
Gekoppelt an das jeweilige Modellierungsproblem

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Grundsätzlich bietet Modellieren im Mathematikunterricht Chancen, Mathematik als nützlich zu erkennen und damit auf die Frage „Wozu brauchen wir das?“ überzeugende Antworten zu liefern. Häufig sind dabei fachübergreifende Bezüge von Bedeutung und es müssen zurückliegende Fähigkeiten und Fertigkeiten miteinbezogen werden. Dadurch fordert und fördert Modellieren kumulatives Lernen. Insbesondere werden etwa folgende Kompetenzen erweitert:

- Erkennen mathematischer Fragestellungen in Alltagssituationen
- Formulieren geeigneter Fragen
- Beherrschen von Modellierungsstrategien, wie z. B. Schätzen, Vereinfachen, Beschaffen von Informationen, Anpassen von Parametern, Optimieren des Modells
- Erläutern der gefundenen Ergebnisse, auch unter Nutzung geeigneter Medien, wie z. B. Folie, Plakat oder Software

Typisch für das Modellieren ist der folgende Zyklus, dessen Phasen nicht immer eindeutig abgrenzbar sind und dessen Schritte 2 bzw. 3 bis 5 ggf. mehrfach durchlaufen werden.



Vgl.: Mathematik hilft [fast] immer!, S. 14

Einige Beispiele, die sich für das Modellieren in der Doppeljahrgangsstufe 7/8 besonders eignen:

- Wie lange brennt ein Teelicht?
- Kann mit dem Regenwasser, das in einer Schule aufgefangen wird, die Toilettenspülung gespeist werden?
- Ein Sportverein muss zur Finanzierung der Erweiterung seiner Sportstätten die Beiträge erhöhen. Entwirf dazu ein geeignetes Tarifmodell.
- Die Firma BRAUN warb mit dem Slogan: „Sie rasieren in 18 Monaten etwa soviel wie ein ganzes Fußballfeld.“ Stimmt das eigentlich?
- Die Wurfqualität der Spieler der Basketball-Schulmannschaft soll bestimmt werden. Dazu ist ein Bewertungssystem zu entwickeln.
- Beim Verlegen von Kabeln werden große Kabeltrommeln benutzt. Wie viel Meter Kabel passen auf eine Kabeltrommel?
- Was ist billiger: Leitungswasser sprudeln oder Mineralwasser kaufen?
- Wie viel Geld kann durch Energiesparlampen in einer Schule gespart werden?
- Höhenbestimmung unzugänglicher Längen durch maßstabsgerechtes Konstruieren. Mittels Planfigur werden dazu eindeutig konstruierbare Dreiecke gesucht, wobei benötigte Winkel (Höhen- und Blickwinkel) sowie Strecken messbar sind.

#### **MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE**

- Ministerium für Bildung, Frauen und Jugend: Mathematik hilft [fast] immer! Mainz 2004
- Mathematik lehren, Heft 108: Antworten auf TIMSS. Seelze 2001
- Mathematik lehren, Heft 113: Modellieren. Seelze 2002

## Naturschutz contra Gewerbe- oder Industrieansiedlung

### LEHRPLANBEZUG

#### a) Inhaltsbezogen

L2: Messen und Größen

- Ebene Figuren

#### b) Kompetenzbezogen

K3: Den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen

K3: In dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten

K3: Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen

K4: Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln

K6: Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien

### FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Erdkunde: Flurbereinigung

Biologie: Naturschutz

### HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Fragen über die Vertretbarkeit von Industrieansiedlungen anstelle von Naturschutz- oder landwirtschaftlich genutzter Gebiete oder Fragen bezüglich einer Gebietsneuordnung von öffentlichem Gelände mit dem Ziel der Erweiterung von Gewerbe- oder Freizeitgebieten spielen in vielen Gemeinden bzw. Städten eine Rolle. Sie können Anlass sein für ein fachübergreifendes Projekt, in dem die unterschiedlichen Interessen beteiligter Gruppen ebenso beleuchtet werden wie Fragen der Raumplanung oder der Wirtschaftsförderung. Aufgrund der Komplexität des Themas kann auch eine Behandlung in den Klassenstufen 9/10 erfolgen, z. B. in Zusammenarbeit mit dem Fach Sozialkunde.

Für den Mathematikunterricht bieten sich in diesem Zusammenhang u. a. folgende Möglichkeiten an:

- Vergleich und Berechnung von Umwandlungsflächen (z. B. unregelmäßige Vierecke)
- Kalkulation der finanziellen Belastungen für Städte und Gemeinden (z. B. Investitionen für Straßenbau, Bau von Kläranlagen) sowie der zu erwartenden Einnahmen (z. B. Gewerbesteuer); dazu evtl. Prüfung von nötigen Kreditaufnahmen oder Möglichkeiten der Wirtschaftsförderung aus Landes- bzw. Bundesmitteln → Darstellung in Tabellen bzw. Graphen
- Untersuchung der aktuellen Arbeitsmarktsituation vor Ort (z. B. Zahl der Arbeitsplätze, Zahl der Pendler) sowie Überlegungen und Prognosen für die Zukunft → Darstellung in Diagrammen
- Dokumentation, Präsentation und Diskussion (evtl. im Hinblick auf eine Entscheidung in einem fiktiven Konflikt) der Ergebnisse, auch unter Nutzung geeigneter Medien, wie z. B. Folie, Plakat oder Software

### MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE

- Klippert, H.: Planspiele. Weinheim 1996  
Darin: Ein Naturschutzgebiet in Gefahr
- PZ-Information 11/1995: Flurbereinigung im Weinbau



## Parkettierungen nach M. C. Escher

### LEHRPLANBEZUG

#### a) Inhaltsbezogen

L3: Raum und Form

- Eigenschaften kongruenter Vielecke beschreiben

#### b) Kompetenzbezogen

K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern

K2: Vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten

K6: Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien

### FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Bildende Kunst: Leben und Werk M. C. Eschers

### HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Das Werk von M. C. Escher liefert vielfältige Beziehungen zur Mathematik, etwa zu den Aspekten Symmetrie, Perspektive, Raum und Form (unmögliche Figuren) sowie Unendlichkeit. Im Folgenden wird die Beschreibung exemplarisch auf Untersuchungen im Zusammenhang mit Parketten beschränkt. Bei dieser Thematik sollte neben der Erforschung der mathematischen Zusammenhänge auch genügend Zeit bleiben, um die künstlerischen Aspekte zu besprechen und eigene Entwürfe zu machen.

U. a. bieten sich folgenden Möglichkeiten an:

- Betrachtung verschiedener Parkette von M. C. Escher und Formulierung eigener mathematischer Fragestellungen
- Zusammenstellung von geometrischen Figuren, mit denen eine Fläche lückenlos parkettiert werden kann
- Begründung der möglichen regelmäßigen Parkett-Grundfiguren
- Konstruktion von „Escher-Figuren“ zur Parkettierung durch „Ausschneiden und Verschieben“: Hierbei wird an einer Seite ein beliebiges Stück abgeschnitten und an der parallelen Seite wieder angeklebt (z. B. beim Rechteck)
- Konstruktion von „Escher-Figuren“ zur Parkettierung durch „Ausschneiden und Punktspiegeln“: Hierbei wird an einer Seite ein beliebiges Stück abgeschnitten und an derselben Seite punktsymmetrisch zu deren Mittelpunkt wieder angeklebt (z. B. beim Dreieck)
- Konstruktion von „Escher-Figuren“ zur Parkettierung durch „Ausschneiden und Schubspiegeln“: Hierbei wird an einer Seite ein beliebiges Stück abgeschnitten, auf die Rückseite gedreht und an der gegenüberliegenden Seite wieder angeklebt (beim Rechteck bzw. Sechseck)
- Analyse von Parketten von Escher durch Einzeichnen von Symmetrieachsen und Spiegelpunkten sowie „Nachkonstruktion“ der Bausteine
- Entwerfen und Gestaltung eigener Parkette durch Anwendung der verschiedenen Techniken, ggf. mithilfe von Software

### MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE

- PZ-Information 29/2000: Fachübergreifende Themen im Mathematikunterricht
- Ernst, B.: Der Zauberspiegel des M. C. Escher. o. O. 1994
- <http://www.worldofescher.com/>

# Unmögliche Objekte

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

L3: Raum und Form

- Schrägbilder und Netze zeichnen und Beziehungen herstellen

### b) Kompetenzbezogen

K4: Verschiedene Formen der Darstellung anwenden und interpretieren

K4: Beziehungen zwischen den Darstellungsformen erkennen und zwischen ihnen wechseln

K6: Überlegungen verständlich darstellen und präsentieren

## FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Bildende Kunst: Perspektive

Technisches Zeichnen: Schrägbilder, verdeckte Linien

Biologie: Bildverarbeitung im Auge; optische Täuschungen

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

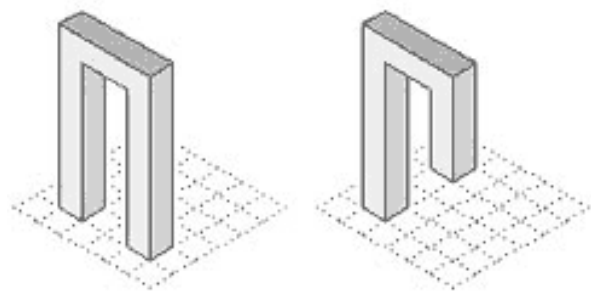
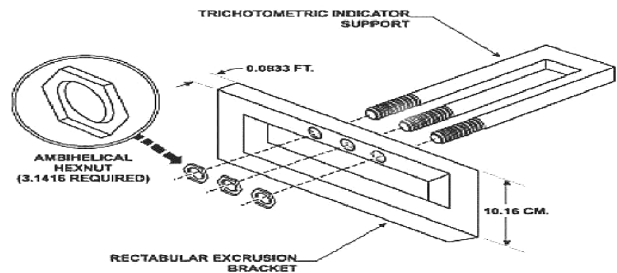
Unter „unmöglichen Objekten“ sollen hier Figuren verstanden werden, die zwar bildlich darstellbar sind, von denen aber kein dreidimensionales Modell hergestellt werden kann. Zenon Kulpa definierte diese Objekte folgendermaßen: „Das Bild eines unmöglichen Objektes ist eine flache Figur, die den Eindruck eines dreidimensionalen Gegenstandes erweckt, während diese Figur so, wie wir sie räumlich interpretieren, nicht bestehen kann, d. h.: Ein Versuch, sie zu konstruieren, führt zu (räumlichen) Gegensätzen, die für den Betrachter deutlich sichtbar sind.“

Das Thema „Unmögliche Objekte“ bietet sich als fachübergreifendes Projekt mit Bildender Kunst, Technischem Zeichnen und Biologie an. Dabei geht es um das experimentelle Erforschen und die spielerische Auseinandersetzung mit unmöglichen Objekten, mehrdeutigen Figuren, perspektivischen Täuschungen und optischen Illusionen in der Kunst (Escher, Reutersvärd u. a.), in der Mathematik und im Technischen Zeichnen (perspektivische Darstellung von Körpern). Im handlungsorientierten Bereich lassen sich (Papier-) Modelle herstellen, mit dem Computer unmögliche Figuren konstruieren und mit Papier und Bleistift zeichnen.

Ziel dieses Projektes ist die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens, insbesondere im Bereich der räumlichen Orientierung. Die Analyse verschiedener Werke aus dem Bereich der Bildenden Kunst hilft beim Erwerb räumlich-visueller und konstruktiver Qualifikationen.

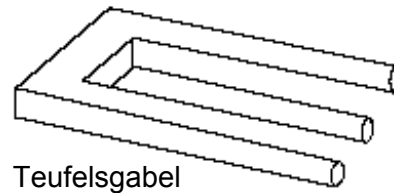
Erklärungen und Wege zum Erzeugen unmöglicher Objekte findet man im Internet z. B. unter: <http://www-public.tu-bs.de:8080/~y0021278/mathematik/escher.pdf>

Für den Unterricht bieten sich vor allem die Behandlung unmöglicher 3-Balken-Konstruktionen und Abwandlungen der „Teufelsgabel“ an. Dies sind grafische Darstellungen mit einer „gebrochenen“ räumlichen Perspektive. Als zweidimensionale Darstellung erscheinen sie logisch und



entziehen sich dem Begreifen erst dann, wenn man sie im dreidimensionalen Raum aus einer anderen Perspektive betrachten will.

Die einfachste Konstruktion ist der Tribar (R. Penrose). Mit dieser einfachen Linienführung wird die „Unmöglichkeit“ der Konstruktion meist erst auf den zweiten Blick deutlich. Der kolorierte Tribar macht die Flächenverbindungen deutlicher.



Unter der Adresse <http://imp-world.narod.ru/english/programs/index.html> lassen sich das Programm „Impossible Puzzle 1.10“ und damit erstellte Beispielbilder herunterladen. Das Programm „Impossible Constructor 1.25“, das unter der gleichen Adresse erhältlich ist, ermöglicht es, unmögliche Objekte aus Würfeln zu konstruieren.

#### **MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE**

- <http://www.hib-wien.at/leute/wurban/>
- <http://haegar.fh-swf.de/spielwiese/unmoeglicheObjekte/deutsch/Reality.html>
- [http://www.wundersamessammelsurium.de/Optisches/0T\\_IstEsMoeglich/index.html](http://www.wundersamessammelsurium.de/Optisches/0T_IstEsMoeglich/index.html)
- <http://illuminations.nctm.org/LessonDetail.aspx?ID=L613>
- <http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=125> (Java Konstruktion)
- <http://www.kayestler.de/illusions/index.html> (Bastelanleitung)
- [http://www.schule.at/index.php?url=themen&top\\_id=600](http://www.schule.at/index.php?url=themen&top_id=600)
- <http://www.3d-meier.de/Galerie/Escher/Seite1.html> (mehr als 60 Beispiele)

Im Handel sind zu den Themen zahlreiche Bücher erhältlich.

# Zaubertricks

## LEHRPLANBEZUG

### a) Inhaltsbezogen

L4: Funktionaler Zusammenhang: Terme und Gleichungen

- Terme zu Sachproblemen aufstellen
- Gleichungen mit einer Variablen durch Äquivalenzumformungen lösen
- Binomische Formeln

### b) Kompetenzbezogen

K1: Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und Vermutungen begründet äußern

K1: Mathematische Argumentationen entwickeln

K5: Mit Variablen, Termen und Gleichungen arbeiten

K5: Lösungs- und Kontrollverfahren durchführen

## FACHÜBERGREIFENDE BEZÜGE

Bildende Kunst, Werken: Herstellen der Zauber-Requisiten

Deutsch: Kriterien für gute Aufführungspraxis

## HINWEISE FÜR DEN UNTERRICHT

Zaubertricks faszinieren Schülerinnen und Schüler ganz besonders. Sie sind gut zum Einstieg in ein neues Thema oder auch als Abschluss einer Themeneinheit geeignet. Sie sollten erst dann eingeführt werden, wenn auch das Verständnis für die dem Zaubertrick zugrunde liegende Mathematik entwickelt werden kann. Während sich in den Jahrgangsstufen 5 und 6 besonders gut Zaubertricks in den Unterricht integrieren lassen, die auf den Grundrechenarten beruhen, erschließt in den Klassenstufen 7 und 8 der Umgang mit Termen ein viel größeres Repertoire. Es ist wünschenswert, diese Tricks auch von Schülerinnen und Schülern im Rahmen der Schulgemeinschaft aufführen zu lassen; dabei sind sorgfältig hergestellte und optisch ansprechende Requisiten sowie eine gute Präsentation wichtig. Durch eine Aufführung werden insbesondere personale und soziale Kompetenzen gefördert (freies Sprechen, Konzentration, Stärkung des persönlichen Selbstwertgefühls, Kommunikation mit dem Publikum, Stressbewältigung).

Folgende Beispiele bieten sich zu den oben genannten Inhalten an:

### • Schnellrechnen mit einer Fibonacci-Reihe

*Durchführung:* Ein Zuschauer nennt zwei beliebige Zahlen. Dann werden weitere Zahlen dazugeschrieben, indem immer wieder die letzten beiden Zahlen addiert werden (Fibonacci-Prinzip). Wenn zehn Zahlen an der Tafel stehen, nennt der Zauberer sofort die Gesamtsumme.

*Das Geheimnis des Zauberers:* Er rechnet die siebte Zahl mal 11; das geht mit etwas Übung auch im Kopf.

*Mathematische Herleitung:* Variablen für die beiden Startzahlen, z. B.  $a$  und  $b$ , dann die Summen als Terme aufschreiben und addieren. Der Term, der die Gesamtsumme angibt ( $55 \cdot a + 88 \cdot b$ ), ist dann das 11-fache des Terms der siebten Zahl ( $5 \cdot a + 8 \cdot b$ ).

*Möglicher Einsatz:* Einführung von Termen.

### • Anzahl von Gegenständen in der rechten und linken Hand erraten

*Durchführung:* Nach verschiedenen Rechenoperationen mit den Gegenständen in der rechten und linken Hand (z. B. Anzahl links mal 5, Anzahl rechts mal 4; Ergebnisse addieren) nennt der Zuschauer ein Ergebnis (z. B. 42).

*Das Geheimnis des Zauberers:* Die Gesamtzahl der Gegenstände war ihm bekannt (hier z. B. 9). Er zieht vom Ergebnis eine zuvor berechnete „Geheimzahl“ ab (im Beispiel oben 36). Dann sind  $42 - 36 = 6$  Gegenstände links, und 3 Gegenstände rechts.

*Mathematische Herleitung:* Einführung von Variablen (Anzahl Gegenstände in der rechten bzw. linken Hand), Aufstellen von Termen und Gleichungen entsprechend der Operationen für den Zuschauer (obiges Beispiel:  $5 \cdot L + 4 \cdot R = \text{Summe}$ ), Eliminierung einer Variablen durch die dem Zauberer bekannte Gesamtzahl der Gegenstände (z. B.  $R = 9 - L$ ), Vereinfachung der Terme und Gleichungen bis hin zur „Geheimzahl“ (im Beispiel:  $L = \text{Summe} - 36$ ).

*Mathematische Einsicht:* Der Einsatz von Termen ermöglicht allgemeine Argumentationen, ohne bestimmte Zahlen zu kennen. Dies ermöglicht eine jederzeitige Abwandlung und Variation der Tricks.

*Möglicher Einsatz:* Einführung von Gleichungen.

- **Hellsehertrick mit der 1089**

*Durchführung:* Der Zuschauer denkt sich eine beliebige dreistellige Zahl, dreht diese um und subtrahiert die kleinere von der größeren, dreht dann das Ergebnis nochmals um und addiert die beiden Zahlen.

*Das Geheimnis des Zauberers:* Es ergibt sich immer die 1089. Diese hat der Zauberer z. B. in einem Briefumschlag notiert, oder sie wird mit Hilfe von Telefonbüchern (etwa neunte Name auf Seite 108) als Hellseherei verkauft.

*Mathematische Herleitung:* Die dreistelligen Zahlen werden als  $100 \cdot a + 10 \cdot b + c$  dargestellt und die Rechenoperationen entsprechend beschrieben.

*Möglicher Einsatz:* Während oder am Ende einer Einheit zu Termen; als Einstieg nicht geeignet, da die Modellierung mit dem Stellenwertsystem schwierig ist und daher der Umgang mit Termen vertraut sein sollte.

- **Schnellrechnen oder Hellsehen mit den binomischen Formeln**

*Durchführung:* Der Zuschauer sucht sich eine glatte Hunderterzahl (z. B. 800) und eine Einerzahl aus (z. B. 3). Die beiden Zahlen werden addiert (803) und subtrahiert (797); die Ergebnisse werden mit dem Taschenrechner multipliziert ( $803 \cdot 797$ ). Variante 1: Der Zauberer sagt das Ergebnis. Variante 2: Das Ergebnis (639991) wird dem Zauberer mitgeteilt. Er nennt die beiden Startzahlen.

*Das Geheimnis des Zauberers:* Das Ergebnis hat in der Mitte immer zwei Neunen (bei fünfstelligen Zahlen an Position 2 und 3), die beiden Zahlen davor sind eins weniger als eine Quadratzahl, deren Basis die erste Stelle der Hunderterzahl angibt. Bei den beiden letzten Stellen gibt die Differenz zu 100 das Quadrat der Einerzahl des Zuschauers an.

*Mathematische Herleitung:* Die Zusammenhänge können an verschiedenen Zahlenbeispielen anhand der binomischen Formeln hergeleitet werden. Es ist nicht erforderlich, die Aufgabe durch Terme zu verallgemeinern.

*Möglicher Einsatz:* Der Zaubertrick ist geeignet zur Einführung oder Übung der binomischen Formeln.

## **MATERIALIEN UND LITERATURHINWEISE**

- Gardner, M.: Mathematische Zaubereien. Köln 2004 (Neuaufgabe)
- Hund, W.: Zaubhafte Mathematik. Berlin 1999 (Insbesondere einfache Zauberticks, mit Unterrichtshinweisen)
- Hetzler, I.: Mathematische Zauberticks. Stuttgart 2002 (Arbeitsblätter zum selbstständigen Erarbeiten der Zauberticks)
- Rausch, U.: Die Zaub-Fundgrube. Berlin 2003 (Förderung der Persönlichkeitsentwicklung, nur wenige mathematische Zauberticks)





ISBN: 3-981-0390-2-5