



**Ministerium für Bildung,
Frauen und Jugend**

RheinlandPfalz

Erwartungshorizonte

- Klassenstufen 6 und 8 -

zu den Bildungsstandards
für den Mittleren Schulabschluss

MATHEMATIK

Die Erwartungshorizonte wurden erarbeitet von:

Ursula Bicker,
Karin Ding,
Angela Euteneuer,
Franz Hein,

Pädagogisches Zentrum des Landes Rheinland-Pfalz
Gymnasium Kirn
Pädagogisches Zentrum des Landes Rheinland-Pfalz
Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Gymnasien,
Mainz

Klaus Martin,
Christel Schienagel-Delb,

Gutenbergschule Göllheim
Staatliches Studienseminar für das Lehramt an
Grund- und Hauptschulen, Kaiserslautern

Georg Schmitt,
Rainer Vicari,

Johann-Amos-Comenius-Realschule Trier (Leitung)
Staatliches Studienseminar für das Lehramt an Realschulen,
Kaiserslautern

Vorwort des Ministeriums für Bildung, Frauen und Jugend

Mit dem Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 4. Dezember 2003 haben sich die Länder verpflichtet, die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss für die Fächer Deutsch, Mathematik und Erste Fremdsprache (Englisch/Französisch) zum Schuljahr 2004/2005 verbindlich einzuführen (für Rheinland-Pfalz siehe Gemeinsames Amtsblatt der Ministerien für Bildung, Frauen und Jugend und für Wissenschaft, Weiterbildung, Forschung und Kultur Nr. 1/2004, Seite 33).

Die Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss wurden als abschlussbezogene Regelstandards definiert, sie beschreiben also ein mittleres Anforderungsniveau. Dabei standardisieren sie nicht den Prozess, sie definieren vielmehr das Ziel, das Schülerinnen und Schüler am Ende der 10. Klassenstufe erreichen sollen.

In der landesweiten Veranstaltung (am 26. Januar 2004 in Mainz) für die Schulleitungen der Schulen, die den Mittleren Schulabschluss anbieten, kündigte Frau Ministerin Ahnen an, dass unter Leitung des Pädagogischen Zentrums die Pädagogischen Serviceeinrichtungen Erwartungshorizonte erarbeiten werden. Diese liegen nun vor und sollen den Schulen Hilfen geben, die Standards auf die Klassenstufen 6 und 8 zu beziehen.

Die Erwartungshorizonte basieren auf den Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss am Ende der Klassenstufe 10. Sie weisen jeweils aus, über welche Kompetenzen die Schülerinnen und Schüler bis zum Ende der 6. und der 8. Klassenstufe verfügen sollen. Zugleich greifen sie in den Fächern Deutsch und Mathematik die Kompetenzbereiche der Bildungsstandards für den Primarbereich (Klassenstufe 4) auf. Aufgabenbeispiele zu den Erwartungshorizonten (nicht als Vorlage für Klassenarbeiten!), können veröffentlicht werden, wenn die Abdruckgenehmigungen vorliegen.

Die Erwartungshorizonte sollen die Lehrkräfte unterstützen, Schülerinnen und Schüler im Verlauf der Sekundarstufe I zum Erwerb der zu erreichenden Kompetenzen zu befähigen.

Sie weisen Bezüge zu den geltenden Lehrplänen der Sekundarstufe I für die allgemein bildenden Schulen aus. Lehrpläne beschreiben und strukturieren in der Regel einen Weg, inhaltliche schulische Ziele zu erreichen, während die Bildungsstandards zentrale Kompetenzbereiche herausarbeiten, die im Laufe der schulischen Ausbildung erreicht werden sollen. Die Kompetenzen beschreiben die Fähigkeiten zur Bewältigung bestimmter Anforderungen. Soll die Entwicklung und der Aufbau von Kompetenzen erfolgreich sein, muss dies kumulativ erfolgen und das Lernen an unterschiedlichen Inhalten systematisch vernetzt werden.

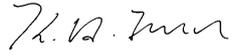
Auf der Grundlage der Bildungsstandards – unter Zuhilfenahme der Erwartungshorizonte und der Lehrpläne – erarbeiten die Schulen ihre schuleigenen Arbeitspläne.

Die Funktion der in den Fachkonferenzen zu entwickelnden Arbeitspläne ist es, den je spezifischen Weg einer Schule zu beschreiben, der Schülerinnen und Schülern die notwendige Unterstützung bietet, die Regelstandards im jeweiligen Fach zu erreichen. Der Arbeitsplan muss also Raum für die Organisation individueller Förderkonzepte eröffnen. Bei der Entwicklung, Veränderung und Fortschreibung der Arbeitspläne sollen Rückmeldungen, die jede Schule aus internen oder externen Evaluationen erhält, konsequent einbezogen werden.

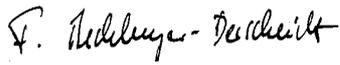
Standardorientierte Unterrichtsplanung und standardorientiertes Lernen stehen in unmittelbarem innerem Zusammenhang mit der Qualitätsentwicklung jeder Schule.

Die schuleigenen Arbeitspläne auf der Basis der Bildungsstandards, orientiert an den Erwartungshorizonten, sollen der Weiterentwicklung der Qualität von Unterricht und Schule dienen und sie sind damit wesentlicher Teil des jeweiligen schulischen Qualitätsprogramms.

Ministerium für Bildung, Frauen und Jugend
Mainz, den 30. August 2004



Karl-Heinz Held
Abteilungsleiter 3



Frieder Bechberger-Derscheidt
Abteilungsleiter 4B



Barbara Mathea
Abteilungsleiterin 4C

Hinweise zur Handhabung der Erwartungshorizonte im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss

Die Erwartungshorizonte weisen aus, über welche mathematischen Kompetenzen die Schülerinnen und Schüler bis zum jeweiligen Zeitpunkt verfügen sollen. Darüber hinaus illustrieren Aufgabenbeispiele (werden nachgereicht) exemplarisch den Grad der Kompetenzausprägung.

Entsprechend der Unterscheidung der mathematischen Kompetenzen in den Bildungsstandards werden die Erwartungshorizonte sowohl für die allgemeinen mathematischen Kompetenzen (vgl. Kapitel 2 der Bildungsstandards) als auch für die inhaltlichen mathematischen Kompetenzen (vgl. Kapitel 3 der Bildungsstandards) formuliert. Die allgemeinen Kompetenzen (vgl. Kapitel 2 der Bildungsstandards) lassen sich nicht einzelnen Klassenstufen zuordnen, vielmehr müssen sie in jeder Klassenstufe konkretisiert, aufgegriffen und erweitert werden: Sie bilden für den Mathematikunterricht ein Gerüst, das von der Grundschule bis zum Mittleren Schulabschluss verfeinert und entsprechend der Entwicklung der Schülerinnen und Schüler sowie dem Umfang der mathematischen Inhalte zunehmend entfaltet wird. Ebenso sind alle drei Anforderungsbereiche (Reproduzieren, Zusammenhänge herstellen, Verallgemeinern und Reflektieren – vgl. Bildungsstandards Kapitel 4.1) für die allgemeinen mathematischen Kompetenzen in jeder Klassenstufe zu berücksichtigen. Die Entwicklung dieser allgemeinen mathematischen Kompetenzen wird in den Erwartungshorizonten exemplarisch durch Anbindung an Fachinhalte verdeutlicht und durch beobachtbare Verhaltensweisen beschrieben.

Die Erwartungshorizonte zu den inhaltsbezogenen Kompetenzen fußen auf den Formulierungen der Bildungsstandards (vgl. Bildungsstandards Kapitel 3.2) und sind dementsprechend nach Leitideen geordnet. Die Anordnung in einer dreispaltigen Tabelle verdeutlicht, wie sich die entsprechenden Kompetenzen vom Erwartungshorizont Klassenstufe 6 ausgehend über Klassenstufe 8 hin zu den Bildungsstandards kumulativ aufbauen. Gelegentlich sind Zellen zusammengefasst worden, um Wiederholungen zu vermeiden.

Auf der Homepage www.bildungsstandards.rlp.de werden Aufgabenbeispiele bereitgestellt. Neben Aufgabenstellungen, Lösungen und didaktisch-methodischen Bemerkungen werden auch die angesprochenen Leitideen, allgemeinen Kompetenzen sowie deren Zuordnung zu den Anforderungsbereichen angegeben. Sie sind speziell für den unterrichtlichen Einsatz konzipiert und zeigen beispielhaft die Qualität mathematischer Leistung für das Erreichen eines Erwartungshorizontes auf. Darüber hinaus sollen sie zur Diskussion über die Weiterentwicklung von Aufgaben im Mathematikunterricht anregen.

Die Erwartungshorizonte basieren auf den Bildungsstandards für das Fach Mathematik in der Klassenstufe 4, für den Hauptschulabschluss (Entwürfe Stand 23.04.04) sowie für den Mittleren Schulabschluss und sind auch in weiten Teilen kompatibel zum derzeit gültigen Lehrplan von 1984. Die allgemeinen Kompetenzen finden sich dabei teilweise in den ersten Kapiteln (vgl. Kapitel 3. ‚Fachspezifisch-allgemeine Lernziele‘ und Kapitel 4 ‚Jahrgangübergreifende Themen‘ im Lehrplan für die Klassenstufen 7 – 10) wieder, die inhaltlichen Kompetenzen in den anschließenden Lehrplanteilen. Ein neuer Lehrplan, der insbesondere die Entwicklung allgemeiner mathematischer Kompetenzen angebunden an inhaltliche Kompetenzen aufzeigt, ist derzeit in Erarbeitung und wird in zwei Stufen – zunächst für die Orientierungsstufe und anschließend für die Klassenstufen 7 bis 10 – zeitnah veröffentlicht werden.

Im Zusammenhang mit der Einführung der Bildungsstandards, sollen die Schulen größere Freiräume bei der konkreten Unterrichtsgestaltung nutzen. Auf der Grundlage der Bildungsstandards, der Erwartungshorizonte und der Aufgabenbeispiele sollte sich die Fachkonferenz einer Schule mit folgenden Fragen beschäftigen:

- Welche Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten sind für das Fach Mathematik besonders wichtig (Grundwissenskatalog)?
- Wie können diese Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten aufgebaut und verfügbar gehalten werden (Sicherung des Grundwissens)?
- Wie können einzelne Kompetenzen, insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen, kontinuierlich und kumulativ weiterentwickelt werden? Was muss insbesondere in den einzelnen Klassenstufen an unserer Schule berücksichtigt werden?
- Wie kann der Wahrscheinlichkeitsbegriff, der sich in der Leitidee ‚Daten und Zufall‘ findet, im bisherigen Lehrplan aber nicht, im Mathematikunterricht aufgebaut werden? An welche Inhalte lässt er sich anbinden und wie soll er in den folgenden Klassenstufen weiterentwickelt werden?
- Wie ist ein Mathematikunterricht zu gestalten, der an Lernprozessen und Lernergebnissen der Schülerinnen und Schüler orientiert ist und nicht allein von der Fachsystematik der mathematischen Lerninhalte abhängt, der also insbesondere die aktive Auseinandersetzung mit vielfältigen inner- und außermathematischen Problemstellungen ins Zentrum rückt?
- Welche Methoden sind für den Erwerb der fachspezifischen Kompetenzen geeignet, aber auch für die Förderung selbstständigen und eigenverantwortlichen Lernens, für den Aufbau kommunikativer Fähigkeiten sowie für die Entwicklung von Kooperationsfähigkeit und Persönlichkeit?
- Welche Schulbücher und Materialien unterstützen das Erreichen der Bildungsstandards, wobei für die Mathematik so genannte „offene“ Aufgaben, Aufgaben zur Modellierung und Projekte eine wichtige Rolle spielen?
- Wie kann schulintern festgestellt werden, inwieweit Erwartungshorizonte bzw. Bildungsstandards erreicht wurden? Welche Rolle können dabei Parallelarbeiten spielen?

In vielen Fachkonferenzen gibt es zu diesen Fragen bereits Ideen und Erfahrungen, die es weiterzuentwickeln gilt.

Erwartungshorizonte für die allgemeinen mathematischen Kompetenzen

K1: Mathematisch argumentieren		
Erwartungshorizont Ende Klassenstufe 6	Erwartungshorizont Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klassenstufe 10
- Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ...?“, „Wie verändert sich...?“, „Ist das immer so ...?“) und Vermutungen begründet äußern		
Die Schülerinnen und Schüler fragen und äußern begründete Vermutungen, z. B.:		
Gibt es Zahlen mit genau drei Teilern?	Gibt es Vierecke mit genau drei Symmetrieachsen?	Gibt es Vielfache irrationaler Zahlen, die rational sind?
Wie verändert sich der Flächeninhalt eines Quadrates, wenn die Seitenlänge verdoppelt (verdreifacht, vervielfacht) wird?	Wie verändert sich das Guthaben bei festem Zinssatz über mehrere Jahre (Zinseszins)?	Wie verändert sich der Flächeninhalt einer Figur bei einer zentrischen Streckung?
Ist das immer so, dass zwischen zwei Bruchzahlen eine dritte liegt?	Ist das immer so, dass jede achsensymmetrische Figur mit mindestens zwei Symmetrieachsen punktsymmetrisch ist?	Ist das immer so, dass der Graph einer Potenzfunktion mit geradem Exponenten achsensymmetrisch ist?
- mathematische Argumentationen entwickeln (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise)		
Die Schülerinnen und Schüler		
erläutern Umwandlungszahlen von Größeneinheiten anhand geeigneter Repräsentanten.	erläutern die Äquivalenz von Termen, z. B. binomischen Formeln, anhand von geometrischen Darstellungen.	erläutern ein Näherungsverfahren, z. B. zur Bestimmung von π .
begründen an einer Zeichnung die Symmetrieeigenschaften von Figuren, indem sie handlungsbezogen argumentieren.	begründen Symmetrieeigenschaften von Figuren anhand von Zeichnungen.	begründen die Ähnlichkeit von Figuren durch die Betrachtung von Winkeln oder Seitenverhältnissen.

- Lösungswege beschreiben und begründen		
Die Schülerinnen und Schüler		
beschreiben und begründen Möglichkeiten, den Wert von Zahlen zu vergleichen.	beschreiben und begründen Möglichkeiten, die Art einer Zuordnung zu ermitteln, z. B. proportional oder antiproportional.	beschreiben und begründen Möglichkeiten, Gleichungssysteme zu lösen, auch unter Einsatz entsprechender Hilfsmittel.
beschreiben und begründen einen Rechenweg.	erkennen und begründen Fehler bei algebraischen Umformungen und korrigieren sie.	beschreiben verschiedene Lösungswege und bewerten sie hinsichtlich ihrer Effektivität.

K2: Probleme mathematisch lösen		
Erwartungshorizont Ende Klassenstufe 6	Erwartungshorizont Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klassenstufe 10
- vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten		
Die Schülerinnen und Schüler		
beschreiben Problemstellungen mit eigenen Worten oder informativen Skizzen.		
benutzen z. B. Pfeilbilder zum Darstellen von Rechenwegen.	erstellen z. B. zu Konstruktionsproblemen eine Planfigur.	erstellen z. B. zu Methoden der Messung unzugänglicher Strecken informative Skizzen.
unterscheiden überflüssige von relevanten Werten und beschaffen fehlende Informationen.		
entnehmen aus einer bereitgestellten Quelle (mathematischer Text, Zeitungsartikel, Abbildung usw.) entsprechende Angaben z. B. zu großen Zahlen.	entnehmen aus bereitgestellten Quellen (Prospekten, Zeitungsartikeln, Internetseiten usw.) die zur Lösung notwendigen Angaben, z. B. im Bereich der Prozent- und Zinsrechnung.	entnehmen aus bereitgestellten oder selbst beschafften Quellen (z. B. zu Wachstum oder Körperberechnung) die zur Lösung notwendigen Angaben.
entwickeln zu vorgegebenen Kontexten eigene Fragen, die mit mathematischen Methoden zu beantworten sind.		
stellen z. B. zu bildhaft dargestellten Situationen mathematische Fragen.	variieren z. B. eine vorgegebene Aufgabenstellung.	fragen z. B. nach dem Einfluss von Parametern auf Lage und Form des Funktionsgraphen.

- geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden		
Die Schülerinnen und Schüler		
wählen passend zum Zusammenhang z.B. Tabellen, informative Figuren oder grafische Darstellungen zum Problemlösen aus.		
erstellen informative Figuren, um Sachprobleme zu lösen.	wenden Tabellen z.B. beim Arbeiten mit Zuordnungen an.	wenden grafische Verfahren z.B. zum Lösen von Gleichungssystemen an.
lösen Probleme inhaltlich, durch systematisches Probieren, algebraisch (Terme, Gleichungen, Ungleichungen usw.) oder geometrisch (maßstabsgerechte Zeichnungen, grafisches Lösen usw.).		
bestimmen durch systematisches Probieren z.B. den Abstand zweier geometrischer Objekte.	wenden maßstabsgerechte Zeichnungen zur Lösung geometrischer Probleme (z.B. Standortaufgaben) an.	wählen z.B. zur Lösung von Wachstumsproblemen geeignete Funktionen (lineare, quadratische, exponentielle).
nutzen Prinzipien, wie z.B. Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Weglassen von Bedingungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten oder das Invarianzprinzip zum Finden einer Problemlösung.		
wenden das Invarianzprinzip an, z.B. zur Bestimmung maximaler Flächeninhalte bei festem Umfang.	lösen z.B. geometrische Probleme durch Weglassen einzelner Bedingungen (Inkreis- oder Umkreis konstruktionen).	berechnen Strecken oder Winkel beliebiger Dreiecke durch Zerlegen in zwei rechtwinklige.
lösen Sachprobleme durch Zerlegen in Teilaufgaben.	nutzen das Invarianzprinzip zum Aufstellen von Gleichungen (z.B. bei Alters- oder Mischungsproblemen).	wenden das Prinzip des Rückwärtsarbeitens beim Lösen von Gleichungen an (z.B. bei der quadratischen Ergänzung).
- die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren		
Die Schülerinnen und Schüler		
interpretieren ihr Ergebnis im Rahmen der Problemstellung und prüfen es auf Angemessenheit.		
geben die für die Problemlösung benutzten Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien an.		
reflektieren die Ökonomie und die Effizienz von Lösungswegen.		

K3: Mathematisch modellieren		
Erwartungshorizont Ende Klassenstufe 6	Erwartungshorizont Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klassenstufe 10
- den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen		
Die Schülerinnen und Schüler		
übersetzen Vorgänge, wie z.B. Preisvergleiche und Kostenberechnungen, in Rechenoperationen.	übersetzen z.B. verschiedene Zuordnungen in Terme und Tabellen.	übersetzen Optimierungsprobleme in Extremwertbestimmungen von Zielfunktionen.
übersetzen reale Objekte in idealisierte geometrische Formen und Körper.	übersetzen z.B. Standortfragen in geometrische Fragen.	übersetzen z.B. ein Vermessungsproblem in die Sprache der Geometrie.
- in dem jeweiligen Modell arbeiten		
Konkretisierungen hierzu finden sich hauptsächlich in K4 (Mathematische Darstellungen verwenden) und K5 (Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen).		
- Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen		
Die Schülerinnen und Schüler		
interpretieren z.B. Ergebnisse eines Preisvergleichs im Hinblick auf Werbeaussagen.	interpretieren z.B. bei verschiedenen Zuordnungen die Wertepaare und berücksichtigen dabei die Realitätsnähe.	interpretieren funktionale Beschreibungen z.B. von Wurfbahnen.
prüfen z.B. berechnete Volumina realer Objekte durch Flüssigkeitsmessungen und reflektieren den Idealisierungsprozess.	prüfen z.B. die Ergebnisse geometrischer Ortsbestimmungen vor dem Hintergrund realer Gegebenheiten.	prüfen Näherungswerte für den Flächeninhalt krummlinig begrenzter Figuren auf ihre Brauchbarkeit und verändern ggf. die Näherungsmethode.

K4: Mathematische Darstellungen verwenden		
Erwartungshorizont Ende Klassenstufe 6	Erwartungshorizont Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klassenstufe 10

- Verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden		
Die Schülerinnen und Schüler		
gehen mit Zahlen in unterschiedlichen Darstellungsformen (als natürliche Zahl, als Bruch, als Dezimalzahl) um.	wenden bei Funktionen verschiedene Formen der Darstellung an (Wertetabelle, Funktionsvorschrift, Graph).	stellen Zahlen der Situation angemessen dar, unter anderem in Zehnerpotenzschreibweise.
zeichnen verschiedene Netze eines Quaders.	interpretieren eine informative Figur, indem sie einen passenden Aufgabentext formulieren.	gehen mit unterschiedlichen Darstellungsformen für irrationale Zahlen (Wurzeln, Dezimalzahlen, Strecken) um.
interpretieren verschiedenartige grafische Darstellungen zum gleichen Datenmaterial.	stellen Häufigkeitsverteilungen geeignet grafisch dar.	interpretieren die Lösungen von Gleichungen als Schnittpunkte von Funktionsgraphen.
erkennen Manipulationsmöglichkeiten bei Diagrammen.		

- Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen		
Die Schülerinnen und Schüler		
stellen den Zusammenhang zwischen Würfel und Quader und den zugehörigen Netzen her.	stellen den Zusammenhang zwischen den bis dahin behandelten Körpern und deren Netzen her.	stellen den Zusammenhang zwischen Körpern (u. a. spitze Körper) und deren Netzen (sowie Schrägbildern) her.
wandeln Dezimalzahlen in Brüche um und umgekehrt.	wandeln Prozentsätze in Bruchzahlen um und umgekehrt.	interpretieren das Symbol des Logarithmus als Lösung einer Exponentialgleichung.
benennen Beziehungen zwischen Term, Rechenbaum und Pfeilbild.	formulieren zu Gleichungen passende Texte.	stellen bei Sinusfunktionen der Form $f(x) = \sin kx$ den Zusammenhang zwischen dem Funktionsterm und der Periodenlänge her.

- Unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln		
Die Schülerinnen und Schüler		
veranschaulichen Terme durch Rechenbäume.	wählen bei Funktionen situationsgerecht eine Form der Darstellung aus (Wertetabelle, Funktionsvorschrift, Graph).	wählen Sonderformen von Funktionsgleichungen (z.B. Achsenabschnittsform – Punktsteigungsform, Scheitelform – Darstellung als Binom) je nach Problemstellung.
überprüfen die Symmetrie einer achsensymmetrischen Figur durch z.B. Falten.	wechseln bei zusammengesetzten Maßeinheiten zwischen unterschiedlichen Einheiten (km/h und m/s).	wechseln zwischen unterschiedlichen Darstellungen bei Potenzen (z.B. $a^{-n} = 1/a^n$).

K5: Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen		
Erwartungshorizont Ende Klassenstufe 6	Erwartungshorizont Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klassenstufe 10
- Mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten		
Die Schülerinnen und Schüler		
benutzen Variablen (im Sinne von Platzhaltern) und setzen Elemente vorgegebener Grundmengen ein.	beschreiben Zuordnungen mit Variablen.	unterscheiden zwischen Lösungsvariablen und Formvariablen, insbesondere beim Arbeiten mit Formeln.
berechnen die Werte einfacher Terme.	formen Terme bzw. Gleichungen in gleichwertige Terme bzw. äquivalente Gleichungen um.	formen Gleichungen um, zu deren Lösung das Potenzieren umgekehrt werden muss (quadratische Gleichungen, einfache Potenzgleichungen, Exponentialgleichungen).
benutzen das Operatormodell Anfangszustand $\xrightarrow{\text{Veränderung}}$ Endzustand unter funktionalen Gesichtspunkten.	arbeiten mit Tabellen, Graphen und Gleichungen, insbesondere bei proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen.	arbeiten mit Tabellen, Graphen und Gleichungen, insbesondere bei linearen und quadratischen Funktionen sowie Exponential- und Sinusfunktionen.
zeichnen Punkte in ein zweidimensionales Koordinatensystem ein und können die Koordinaten vorgegebener Punkte benennen.	wählen angemessene Skalierungen für die Achsen eines Koordinatensystems.	
erstellen Diagramme und lesen aus ihnen Datenwerte ab (Bild-, Rechteck- und Kreisdiagramme).	erstellen Diagramme auch unter Nutzung elektronischer Medien und lesen aus ihnen Datenwerte ab.	erstellen Diagramme auch unter Einbeziehung psychologischer Wirkungen sowie unter Nutzung elektronischer Medien und lesen aus ihnen Datenwerte ab.

- Symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt		
Die Schülerinnen und Schüler		
übersetzen überschaubare Terme aus der Symbolschreibweise in Text und umgekehrt.	formulieren Textaufgaben zu gegebenen Termen oder Gleichungen und umgekehrt.	
übersetzen Formeln und Aussagen aus der Symbolschreibweise in Text und umgekehrt (z. B. Flächeninhaltsformel des Rechtecks oder geometrische Beziehungen).	übersetzen Formeln und Aussagen aus der Symbolschreibweise in Text und umgekehrt (z. B. Flächeninhaltsformeln oder Beziehungen im Haus der Vierecke).	übersetzen Formeln und Aussagen aus der Symbolschreibweise in Text und umgekehrt (z. B. Volumenformeln oder Satz des Pythagoras).
	übersetzen Objekte und Abläufe aus der symbolischen Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt (z. B. bei Geometrieprogrammen oder in der Tabellenkalkulation).	
- Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen		
Die Schülerinnen und Schüler		
lösen einfache Gleichungen durch Probieren oder Umkehrung von Grundrechenarten.	bestimmen die Lösungsmenge von linearen Gleichungen und Ungleichungen.	bestimmen die Lösungsmenge von linearen Ungleichungen, linearen Gleichungssystemen, quadratischen Gleichungen und einfachen Exponentialgleichungen.
überprüfen Ergebnisse mit Hilfe von Überschlagsrechnungen oder durch Anwendung der Umkehroperationen (Probe).	überprüfen Lösungen durch Einsetzen in die Gleichung bzw. Ungleichung.	überprüfen Lösungen durch Einsetzen in die Gleichung bzw. Ungleichung und schließen ggf. berechnete Lösungen aus (z. B. negative Lösungen bei Sachaufgaben).
- Mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) sinnvoll und verständlich einsetzen		
Die Schülerinnen und Schüler		
messen Streckenlängen, Winkelgrößen, Zeitspannen und Massen mit geeigneten Messgeräten.		
benutzen den Taschenrechner zur Kontrolle.	benutzen den Taschenrechner auch unter Ausnutzung von Speichern, geschickter Schrittfolgen (z. B. bei Brüchen) oder Funktionstasten.	
zeichnen und konstruieren mit Zirkel und Geodreieck oder mit Geometriesoftware geometrische Objekte.		
	benutzen die Tabellenkalkulation bei größeren Datenmengen.	
benutzen das Lehrbuch zum Nachschlagen.	benutzen Lehrbücher, Formelsammlungen oder elektronische Medien zum Nachschlagen.	

K6: Kommunizieren

Sprechen und Zuhören, Schreiben und Lesen sowie Präsentieren sind Schlüsselfertigkeiten bei der Kommunikation und damit wesentlicher Bestandteil aller Fächer, auch des Mathematikunterrichts. Interaktion und Kommunikation helfen den Schülerinnen und Schülern, die eigenen Gedanken zu strukturieren, Wissen aufzubauen und zu vernetzen, andere Denkweisen kennen zu lernen bzw. nachzuvollziehen und das eigene Denken zu reflektieren.

Das Verständnis von Mathematik ist eng verknüpft mit einem bewussten und sorgfältigen Umgang mit der mathematischen Sprache. Ausgehend von der Alltagssprache werden Begriffe und Strukturen in einem kommunikativen Prozess zunehmend präziser gefasst. So gelangen die Schülerinnen und Schüler zu einer Vereinbarung über die Bedeutung von Worten und erkennen die entscheidende Wichtigkeit von eindeutig definierten Fachbegriffen.

Ende Klassenstufe 6	Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klassenstufe 10
---------------------	---------------------	-----------------------------------

- Überlegungen, Lösungswege und Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien
- Die Fachsprache adressatengerecht verwenden
- Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen

Die Schülerinnen und Schüler		
bearbeiten selbstständig vorgegebene Aufgaben in Gruppen und präsentieren Überlegungen, Wege und Ergebnisse (z.B. Tafel, Folien, Plakate, Modelle, Tabellenkalkulation, dynamische Geometriesoftware).		bearbeiten selbstständig Aufgaben, auch Langzeit- oder Projektaufgaben, allein oder in Gruppen und präsentieren Überlegungen, Wege und Ergebnisse (Tafel, Folien, Plakate, Modelle, mathematische und Präsentationssoftware etc.).
entnehmen aus einfachen mathematikhaltigen Texten und Abbildungen Informationen.	entnehmen aus mathematikhaltigen Texten und Abbildungen zu bekannten Themen Informationen.	entnehmen aus mathematikhaltigen Texten und Abbildungen Informationen.
diskutieren und bewerten in Gruppen verschiedene Lösungswege zu einer Problemstellung (Mathematikkonferenz).		
verschriftlichen ihre Beobachtungen, Entdeckungen, Überlegungen und Probleme (z.B. als Vorgangsbeschreibung, Steckbrief, Protokoll, Konstruktionsbeschreibung, Regelheft, Leserbrief, Referat, Aufsatz, Lerntagebuch).		
erkennen, beschreiben und korrigieren in Gruppen Fehler zum aktuellen Thema und besprechen Lösungswege.	erkennen, beschreiben und korrigieren selbstständig Fehler auch zu zurückliegenden Inhalten mit Hilfe bereit gestellter Materialien und besprechen Lösungswege.	erkennen, beschreiben und korrigieren selbstständig Fehler, beschaffen sich dazu geeignete Materialien und besprechen Lösungswege.

Erwartungshorizonte für die inhaltlichen mathematischen Kompetenzen geordnet nach Leitideen

L1: Zahl		
Ende Klassenstufe 6	Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klasse 10
Die Schülerinnen und Schüler		
nutzen sinntragende Vorstellungen von natürlichen, gebrochenen und negativen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit.	nutzen sinntragende Vorstellungen von rationalen Zahlen, insbesondere von natürlichen, ganzen und gebrochenen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit.	
stellen Zahlen der Situation angemessen dar.	stellen Zahlen der Situation angemessen dar, unter anderem in Zehnerpotenzschreibweise.	
	begründen die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen am Beispiel von ganzen und rationalen Zahlen.	begründen die Notwendigkeit von Zahlbereichserweiterungen an Beispielen.
rechnen mit natürlichen gebrochenen und negativen Zahlen, die in einfachen Sachsituationen des täglichen Lebens vorkommen, auch im Kopf ¹ .	rechnen mit natürlichen, gebrochenen und negativen Zahlen, die in Sachsituationen des täglichen Lebens vorkommen, auch im Kopf ¹ .	
nutzen Rechengesetze zum vorteilhaften Rechnen.	nutzen Rechengesetze, auch zum vorteilhaften Rechnen.	
nutzen zur Kontrolle Überschlagsrechnungen und andere Verfahren.		
runden Rechenergebnisse dem Sachverhalt entsprechend sinnvoll.		
	verwenden Prozent- und Zinsrechnung sachgerecht.	

¹ Diese Kompetenz ergibt sich aus der Zusammenführung der Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss und den Hauptschulabschluss.

erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Grundrechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge u. a. zur Probe.	erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge.	
wählen und beschreiben Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen, z.B. bei schriftlichen Rechenverfahren oder beim Vergleichen von Bruchzahlen.	wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen.	
führen in konkreten Situationen kombinatorische Überlegungen durch, um die Anzahl der jeweiligen Möglichkeiten zu bestimmen.		
prüfen und interpretieren Ergebnisse in Sachsituationen.	prüfen und interpretieren Ergebnisse in Sachsituationen unter Einbeziehung einer kritischen Einschätzung des vorgegebenen Modells und seiner Bearbeitung.	prüfen und interpretieren Ergebnisse in Sachsituationen unter Einbeziehung einer kritischen Einschätzung des gewählten Modells und seiner Bearbeitung.

L2: Messen		
Ende Klassenstufe 6	Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klassenstufe 10
Die Schülerinnen und Schüler		
nutzen das Grundprinzip des Messens, insbesondere bei der Längen-, Flächen- und Volumenmessung.	nutzen das Grundprinzip des Messens auch in Naturwissenschaften (zusammengesetzte Größen) und in anderen Bereichen.	nutzen das Grundprinzip des Messens, insbesondere bei der Längen-, Flächen- und Volumenmessung, auch in Naturwissenschaften und in anderen Bereichen.
wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus (insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Flächeninhalt und Volumen).		wählen Einheiten von Größen situationsgerecht aus (insbesondere für Zeit, Masse, Geld, Länge, Flächeninhalt, Volumen und Winkel).
schätzen Größen mit Hilfe von Vorstellungen über alltagsbezogene Repräsentanten.	schätzen Größen mit Hilfe von Vorstellungen über geeignete Repräsentanten.	
berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck und Quadrat sowie daraus zusammengesetzten Figuren.	berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck und Dreieck sowie daraus zusammengesetzten Figuren.	berechnen Flächeninhalt und Umfang von Rechteck, Dreieck und Kreis sowie daraus zusammengesetzten Figuren.
berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Quader und Würfel sowie daraus zusammengesetzten Körpern.	berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Prismen ² sowie daraus zusammengesetzten Körpern.	berechnen Volumen und Oberflächeninhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel sowie daraus zusammengesetzten Körpern.
		berechnen Streckenlängen und Winkelgrößen, auch unter Nutzung von trigonometrischen Beziehungen und Ähnlichkeitsbeziehungen.
nehmen in ihrer Umwelt gezielt Messungen vor, entnehmen Maßangaben aus Quellenmaterial, führen damit Berechnungen durch und bewerten die Ergebnisse sowie den gewählten Weg in Bezug auf die Sachsituation.		

² Prismatische Körper finden sich im Lehrplan für Gymnasien von 1984 erst in Klasse 10.

L3: Raum und Form		
Ende Klassenstufe 6	Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klassenstufe 10
Die Schülerinnen und Schüler		
erkennen und beschreiben geometrische Objekte und Beziehungen in der Umwelt.		erkennen und beschreiben geometrische Strukturen in der Umwelt.
operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern (Quader und Würfel).	operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern (Quader, Würfel und Prisma ³).	operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern.
stellen geometrische Figuren im kartesischen Koordinatensystem dar.	stellen geometrische Figuren und elementare geometrische Abbildungen ⁴ im kartesischen Koordinatensystem dar.	
stellen insbesondere Quader und Würfel (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen.	stellen insbesondere prismatische Körper ³ (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen.	stellen Körper (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen.
beschreiben und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes.	analysieren und klassifizieren geometrische Objekte der Ebene und des Raumes.	
beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie und Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen.	beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, Kongruenz und Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen.	beschreiben und begründen Eigenschaften und Beziehungen geometrischer Objekte (wie Symmetrie, Kongruenz, Ähnlichkeit und Lagebeziehungen) und nutzen diese im Rahmen des Problemlösens zur Analyse von Sachzusammenhängen.
	wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Konstruktionen und Berechnungen an (Winkelsummensatz, Satz des Thales).	wenden Sätze der ebenen Geometrie bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen an, insbesondere den Satz des Pythagoras und den Satz des Thales.

³ Prismatische Körper finden sich im Lehrplan für Gymnasien von 1984 erst in Klasse 10.

⁴ Die Ergänzung „elementare geometrische Abbildung“ ergibt sich aus der Zusammenführung der Bildungsstandards für den Mittleren Schulabschluss und den Hauptschulabschluss.

zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal oder Geodreieck.	zeichnen und konstruieren geometrische Figuren unter Verwendung angemessener Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck oder dynamischer Geometriesoftware.	
	untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von Konstruktionsaufgaben und formulieren diesbezüglich Aussagen.	
setzen vorwiegend anschauungsgebundene Hilfsmittel (Modelle, Skizzen) beim explorativen Arbeiten und Problemlösen ein.	setzen auch abstrakte Hilfsmittel (z. B. Ortslinien) beim explorativen Arbeiten und Problemlösen ein.	setzen geeignete Hilfsmittel beim explorativen Arbeiten und Problemlösen ein.

L4: Funktionaler Zusammenhang

Im Unterricht der Orientierungsstufe wird der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ keine eigene Unterrichtseinheit gewidmet. In der Grundschule wurden einfache funktionale Beziehungen (Menge → Preis) behandelt, in Tabellen dargestellt und untersucht, sowie einfache Sachaufgaben zur Proportionalität gelöst. Aufbauend auf diesen Kenntnissen lassen sich funktionale Zusammenhänge in verschiedenen Themenbereichen der anderen Leitideen in der Orientierungsstufe wieder finden, so dass dieser Gedanke auch bereits dort weiterentwickelt werden soll.

Ende Klassenstufe 6	Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klassenstufe 10
Die Schülerinnen und Schüler		
	nutzen Funktionen ⁵ (insbesondere proportionale und antiproportionale) als Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge.	nutzen Funktionen als Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge.
erkennen und beschreiben einfache funktionale Zusammenhänge und stellen diese in sprachlicher und tabellarischer Form dar.	erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge und stellen diese in sprachlicher, tabellarischer oder grafischer Form dar.	erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge und stellen diese in sprachlicher, tabellarischer oder grafischer Form sowie ggf. als Term dar.
	analysieren, interpretieren und vergleichen unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (wie lineare ⁶ , proportionale und antiproportionale).	analysieren, interpretieren und vergleichen unterschiedliche Darstellungen funktionaler Zusammenhänge (wie lineare, proportionale und antiproportionale).
lösen realitätsnahe Probleme im Zusammenhang mit einfachen proportionalen Zuordnungen (Zweisatz).	lösen realitätsnahe Probleme im Zusammenhang mit linearen ⁶ , proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen.	lösen realitätsnahe Probleme im Zusammenhang mit linearen, proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen.
		interpretieren lineare Gleichungssysteme grafisch.

⁵ Der Funktionsbegriff findet sich im Lehrplan für Gymnasien von 1984 erst in Klasse 9.

⁶ Lineare Funktionen finden sich im Lehrplan für Gymnasien von 1984 erst in Klasse 9.

lösen einfache Gleichungen durch Probieren oder Umkehren der Rechenoperationen	lösen lineare Gleichungen kalkülmäßig bzw. algorithmisch und vergleichen ggf. die Effektivität ihres Vorgehens mit anderen Lösungsverfahren (wie mit inhaltlichem Lösen oder Lösen durch systematisches Probieren).	lösen Gleichungen und lineare Gleichungssysteme kalkülmäßig bzw. algorithmisch, auch unter Einsatz geeigneter Software, und vergleichen ggf. die Effektivität ihres Vorgehens mit anderen Lösungsverfahren (wie mit inhaltlichem Lösen oder Lösen durch systematisches Probieren).
	untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen Gleichungen und formulieren diesbezüglich Aussagen.	untersuchen Fragen der Lösbarkeit und Lösungsvielfalt von linearen und quadratischen Gleichungen sowie linearen Gleichungssystemen und formulieren diesbezüglich Aussagen.
	bestimmen kennzeichnende Merkmale von linearen Funktionen ⁷ und stellen Beziehungen zwischen Funktionsterm und Graph her.	bestimmen kennzeichnende Merkmale von Funktionen und stellen Beziehungen zwischen Funktionsterm und Graph her.
	wenden lineare Funktionen ⁷ bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an.	wenden insbesondere lineare und quadratische Funktionen sowie Exponentialfunktionen bei der Beschreibung und Bearbeitung von Problemen an.
		verwenden die Sinusfunktion zur Beschreibung von periodischen Vorgängen.
	beschreiben Veränderungen von Größen mittels Funktionen ⁸ , auch unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms.	beschreiben Veränderungen von Größen mittels Funktionen, auch unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms.
	geben Sachsituationen an, die mit einer linearen Funktion ⁷ beschrieben werden können.	geben zu vorgegebenen Funktionen Sachsituationen an, die mit dieser Funktion beschrieben werden können.

⁷ Lineare Funktionen finden sich im Lehrplan für Gymnasien von 1984 erst in Klasse 9.

⁸ Der Funktionsbegriff findet sich Lehrplan für Gymnasien von 1984 erst in Klasse 9.

L5: Daten und Zufall

Die Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung gewinnen wegen ihrer Verwendung im Alltag (z. B. Regenwahrscheinlichkeit) und in anderen Bereichen zunehmend an Bedeutung und werden deshalb auch bereits in den Grundschulstandards aufgeführt. Die Lehrpläne für die Orientierungsstufe (1988) und die Sekundarstufe I (1984) decken dabei nur einen Teil der inhaltlichen Kompetenzen ab, insbesondere fehlt bislang der Wahrscheinlichkeitsbegriff in der S I. Dieser soll nicht einseitig auf Laplace-Experimente beschränkt bleiben, sondern daneben auch experimentell über das Stabilisieren von relativen Häufigkeiten aufgebaut werden.

Bei der Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten stehen dabei nicht Begriffe und Formeln im Mittelpunkt, sondern vielmehr die Modellierung des Zufallsexperiments. Begriffe wie Bayes-Statistik und Binomialverteilung und entsprechende Formeln sind hierzu überflüssig. Wichtig ist vielmehr eine grafische Darstellung etwa in Form eines Baumdiagramms und das Arbeiten mit den Pfadregeln. Es genügt weiterhin eine Begrenzung auf zweistufige Zufallsexperimente. Alltägliche stochastische Situationen, wie z. B. Münz- und Würfelwurf, Glücksspiele, Trefferquote, Siegchancen, Qualitätskontrollen und deren Sicherheit, sollen immer wieder Ausgangspunkt sein.

Ende Klassenstufe 6	Ende Klassenstufe 8	Bildungsstandards Klassenstufe 10
----------------------------	----------------------------	--

Die Schülerinnen und Schüler		
entnehmen grafischen Darstellungen und Tabellen statistischer Erhebungen Informationen.	werten grafische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus.	
	planen statistische Erhebungen.	
sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie durch Strecken-, Streifen- und Kreisdiagramme grafisch dar.	sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie grafisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel (wie Software).	
	interpretieren Daten unter Verwendung von Kenngrößen.	
	reflektieren und bewerten Argumente, die auf einer Datenanalyse basieren.	
		beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen.
schätzen Gewinnchancen einfacher Zufallsexperimente (z. B. bei Würfelspielen) ein, z. B. als eher unwahrscheinlich, 1 zu 1, gut möglich, nahezu sicher.	bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Zufallsexperimenten, wie z. B. Spielwürfel, Glücksrad, Nicht-Laplace-Würfel (z. B. Streichholzschachtel).	bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei Zufallsexperimenten (auch zweistufig).